

Konspekt lekcji matematyki

Maria Małycha

Klasa I LI

Temat: Rozwiązywanie układów równań liniowych z parametrem.

1. Cele lekcji:

- poznawcze - zapoznanie uczniów ze sposobem rozwiązywania układów równań liniowych z parametrem;
- kształcące - kształtowanie umiejętności prawidłowego stosowania zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań z parametrem;
- wychowawcze - zachowanie dyscypliny na lekcji, dbałość o staranną wypowiedź.

2. **Typ lekcji:** wprowadzająco-ćwiczeniowa.

3. **Zasada nauczania:** zasada świadomego i aktywnego udziału w lekcji, stopniowanie trudności.

4. **Metody nauczania:** praca indywidualna i zbiorowa uczniów.

5. **Środki dydaktyczne:** Zestawy zadań z funkcji liniowej z mojej strony internetowej (<http://www.zse.bydgoszcz.pl/~malycha/index.php?type=dd>)

6. Przebieg lekcji:

	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów
A. Część wstępna	1. Sprawdzenie obecności. 2. Zapisanie tematu lekcji: Temat: <u>Rozwiązywanie układów równań liniowych z parametrem.</u>	Uczniowie wykonują polecenia nauczyciela.
B. Część postępująca	1. Dla $W \neq 0$ układ równań liniowych: - jest oznaczony (układ równań niezależnych); - ma dokładnie jedno rozwiązanie $\left\{ \left(\frac{W_x}{W}, \frac{W_y}{W} \right) \right\}$; - zbiór rozwiązań jest zbiorem jednoelementowym. 2. Dla $\begin{cases} W = 0 \\ W_x = 0 \\ W_y = 0 \end{cases}$ układ równań liniowych: - jest nieoznaczony (układ równań zależnych); - ma nieskończenie wiele rozwiązań $\{(x, y); x \in \mathbb{R} \vee y = ax + b\}$; - zbiór rozwiązań jest zbiorem nieskończonym. 3. Dla $\begin{cases} W = 0 \\ W_x \neq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} W = 0 \\ W_y \neq 0 \end{cases}$ układ równań liniowych:	Uczniowie zapisują w zeszytach.

- jest sprzeczny;
- nie ma rozwiązań;
- zbiór rozwiązań jest zbiorem pustym.

Zadanie 49

Zbadaj dla jakich wartości parametru m każdy z układów równań jest układem równań niezależnych, zależnych, sprzecznych.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + my = 2m \end{cases}$$

$$1. W \neq 0 \Leftrightarrow 2m - 12 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 6$$

Dla $m \neq 6$ układ równań jest układem równań niezależnych ma rozwiązanie:

$$\begin{cases} x = \frac{m}{6-m} \\ y = \frac{2m-8}{m-6} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} W = 0 \\ W_x = 0 \\ W_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 12 = 0 \\ -2m = 0 \\ 4m - 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 0 \\ m = 4 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$$

Nie istnieje takie m , dla którego układ równań będzie układem równań zależnych.

$$3. \begin{cases} W = 0 \\ W_x \neq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} W = 0 \\ W_y \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 12 = 0 \\ -2m \neq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2m - 12 = 0 \\ 4m - 16 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m \neq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} m = 6 \\ m \neq 4 \end{cases} \Rightarrow m = 6$$

Dla $m = 6$ układ równań jest układem równań sprzecznych.

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = m - 1 \\ 2x - y = 3 - m \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & m \end{vmatrix} = 2m - 12$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2m & m \end{vmatrix} = 4m - 6m = -2m$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2m \end{vmatrix} = 4m - 16$$

$$\begin{cases} x = \frac{-2m}{2m-12} \\ y = \frac{4m-16}{2m-12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{m}{6-m} \\ y = \frac{2m-8}{m-6} \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - (-2) = 1$$

$$W_x = \begin{vmatrix} m-1 & -1 \\ 3-m & -1 \end{vmatrix} = -m+1+3-m = -2m+4$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 1 & m-1 \\ 2 & 3-m \end{vmatrix} = 3-m-2m+2 = -3m+5$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2m \\ y = 5 - 3m \end{cases}$$

Zadanie

Dla jakich wartości parametru m rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x - y = m - 1 \\ 2x - y = 3 - m \end{cases}$ jest para liczb ujemnych.

Zadanie

Dla jakich wartości parametru m rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x - 6y = m \end{cases}$ jest para liczb dodatnich.

1. Dla dowolnej wartości parametru m układ równań jest układem równań niezależnych ma jedno rozwiązanie: $\begin{cases} x = 4 - 2m \\ y = 5 - 3m \end{cases}$.
2. Nie istnieje takie m , dla którego układ równań będzie układem równań zależnych.
3. Nie istnieje takie m , dla którego układ równań będzie układem równań sprzecznych.

$$W = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - (-2) = 1$$

$$W_x = \begin{vmatrix} m-1 & -1 \\ 3-m & -1 \end{vmatrix} = -m+1+3-m = -2m+4$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 1 & m-1 \\ 2 & 3-m \end{vmatrix} = 3-m-2m+2 = -3m+5$$

$$\begin{cases} x = -2m+4 \\ y = -3m+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2m+4 \\ y = -3m+5 \end{cases} \wedge \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m+4 < 0 \\ -3m+5 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m > \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in (2, \infty).$$

Odp. Dla $m \in (2, \infty)$ rozwiązaniem układu równań jest para liczb ujemnych.

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 3 = -9$$

$$W_x = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ m & -6 \end{vmatrix} = -24 - 3m$$

$$W_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m - 4$$

$$\begin{cases} x = \frac{-24-3m}{-9} \\ y = \frac{m-4}{-9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{8+m}{3} \\ y = \frac{4-m}{9} \end{cases} \wedge \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{8+m}{3} > 0 \\ \frac{4-m}{9} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -8 \\ m < 4 \end{cases}$$

		$\Rightarrow m \in (-8, 4)$ Odp. Dla $m \in (-8, 4)$ rozwiązaniem układu równań jest para liczb dodatnich.
C. Część podsumowująca	Podsumowanie zależności pomiędzy wyznacznikami a liczbą rozwiązań układu równań.	
D. Praca domowa	Dokończyć zadanie 49 oraz utrwalić zdobyte wiadomości.	