

# Konspekt lekcji matematyki

Maria Małycha

Klasa I LI

**Temat:** Równania i nierówności z wartością bezwzględną.

## 1. Cele lekcji:

- poznawcze - zapoznanie uczniów z prawidłowym sposobem rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną;
- kształcące - kształtowanie intuicji matematycznej uczniów, poprzez umiejętne dobieranie przykładów - równania i nierówności z wartością bezwzględną rozwiązywane z definicji lub własności wartości bezwzględnej;
- wychowawcze - zachowanie dyscypliny na lekcji, dbałość o staranną wypowiedź.

2. **Typ lekcji:** wprowadzająco - ćwiczeniowa.

3. **Zasada nauczania:** zasada świadomego i aktywnego udziału w lekcji, stopniowanie trudności.

4. **Metody nauczania:** podająca oraz praca zbiorowa uczniów.

5. **Środki dydaktyczne:** podręcznik „Matematyka” (Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym).

## 6. Przebieg lekcji:

	Czynności nauczyciela	Czynności uczniów
<b>A. Część wstępna</b>	1. Sprawdzenie obecności. 2. Sprawdzenie i omówienie pracy domowej. 3. Zapisanie tematu lekcji:  <b>Temat:</b> <u>Równania i nierówności z wartością bezwzględną.</u>	Uczniowie wykonują polecenia nauczyciela.
<b>B. Część postępująca</b>	<b>Zadanie 1/83</b> a) $ x + 4  = 14$  d) $ 10 - x  = 4$  <b>Zadanie 2/83</b> a) $ x + 2  \leq 3$  d) $ 8 - x  \leq 1$	a) $ x + 4  = 14$ $x + 4 = -14 \vee x + 4 = 14$ $x = -18 \vee x = 10$ Odp. $ x + 4  = 14 \Leftrightarrow x = -18 \vee x = 10$ d) $ 10 - x  = 4$ $10 - x = -4 \vee 10 - x = 4$ $-x = -14 \vee -x = -6$ $x = 14 \vee x = 6$ Odp. $ 10 - x  = 4 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 14$  a) $ x + 2  \leq 3$ $-3 \leq x + 2 \leq 3$ $-3 - 2 \leq x \leq 3 - 2$ $-5 \leq x \leq 1$ $x \in \langle -5, 1 \rangle$ Odp. $ x + 2  \leq 3 \Leftrightarrow x \in \langle -5, 1 \rangle$ a) $ 8 - x  \leq 1$ $-1 \leq 8 - x \leq 1$

**Zadanie 4/83**

a)  $|4x - 2| > 8$

**Zadanie 5/83**

a)  $|x + 2| + |2x + 4| > 12$

b)  $|2x + 4| + 1 \leq |3x + 6| - |2 + x| + 2$

**Zadanie**

a)  $|x| < 1 + 2x$

$$-1 - 8 \leq -x \leq 1 - 8$$

$$-9 \leq -x \leq -7$$

$$9 \geq x \geq 7$$

$$x \in \langle 7, 9 \rangle$$

Odp.  $|8 - x| \leq 1 \Leftrightarrow x \in \langle 7, 9 \rangle$

a)  $|4x - 2| > 8$

$$4x - 2 < -8 \vee 4x - 2 > 8$$

$$4x < -6 \vee 4x > 10$$

$$x < -\frac{3}{2} \vee x > \frac{5}{2}$$

$$x \in (-\infty, -1\frac{1}{2}) \cup (2\frac{1}{2}, \infty)$$

Odp.  $|4x - 2| > 8 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1\frac{1}{2}) \cup (2\frac{1}{2}, \infty)$

a)  $|x + 2| + |2x + 4| > 12$

$$|x + 2| + 2|x + 2| > 12$$

$$3|x + 2| > 12$$

$$|x + 2| > 4$$

$$x + 2 < -4 \vee x + 2 > 4$$

$$x < -6 \vee x > 2$$

$$x \in (-\infty, -6) \cup (2, \infty)$$

Odp.  $|x + 2| + |2x + 4| > 12 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -6) \cup (2, \infty)$$

b)  $|2x + 4| + 1 \leq |3x + 6| - |2 + x| + 2$

$$2|x + 2| + 1 \leq 3|x + 2| - |x + 2| + 2$$

$$2|x + 2| - 3|x + 2| + |x + 2| \leq 2 - 1$$

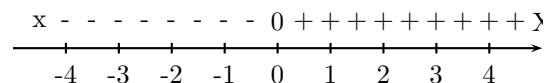
$$0 \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}$$

Odp.  $|2x + 4| + 1 \leq |3x + 6| - |2 + x| + 2 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

Dla uczniów zdolnych:

a)  $|x| < 1 + 2x$  Rozważmy dwa przypadki:



1)  $x \in (-\infty, 0) \vee$  2)  $x \in \langle 0, +\infty \rangle$

Ad. 1) Dla  $x \in (-\infty, 0)$  mamy:

$$-x < 1 + 2x$$

$$-x - 2x < 1$$

$$-3x < 1$$

$$x > -\frac{1}{3}$$

Zatem  $\begin{cases} x \in (-\frac{1}{3}, +\infty) \\ x \in (-\infty, 0) \end{cases}$

Stąd  $x \in (-\frac{1}{3}, +\infty) \cap (-\infty, 0)$ ,  
czyli  $x \in (-\frac{1}{3}, 0)$ .

Ad. 2) Dla  $x \in \langle 0, +\infty \rangle$  mamy:

$$x < 1 + 2x$$

$$x - 2x < 1$$

$$-x < 1$$

$$x > -1$$

$$\text{b) } |2x - 8| + |x - 5| < 4$$

$$\text{Zatem } \begin{cases} x \in (-1, +\infty) \\ x \in \langle 0, +\infty \rangle \end{cases}$$

Stąd  $x \in (-1, +\infty) \cap \langle 0, +\infty \rangle$ ,  
czyli  $x \in \langle 0, +\infty \rangle$ .

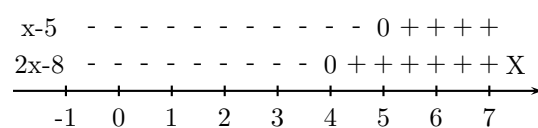
Na koniec:

$$\begin{aligned} x \in \left(-\frac{1}{3}, 0\right) \vee x \in \langle 0, +\infty \rangle &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \langle 0, +\infty \rangle &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) & \end{aligned}$$

**Odp:**  $|x| < 1 + 2x \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ .

$$\text{b) } |2x - 8| + |x - 5| < 4$$

Rozważmy trzy przypadki:



$$\mathbf{1) } x \in (-\infty, 4) \vee \mathbf{2) } x \in \langle 4, 5 \rangle \vee \mathbf{3) } x \in \langle 5, +\infty \rangle$$

**Ad. 1)** Dla  $x \in (-\infty, 4)$  mamy:

$$\begin{aligned} -2x + 8 - x + 5 &< 4 \\ -3x &< 4 - 13 \\ -3x &< -9 \\ x &> 3 \end{aligned}$$

$$\text{Zatem } \begin{cases} x \in (3, +\infty) \\ x \in (-\infty, 4) \end{cases}$$

Stąd  $x \in (3, +\infty) \cap (-\infty, 4)$ , czyli  $x \in (3, 4)$ .

**Ad. 2)** Dla  $x \in \langle 4, 5 \rangle$  mamy:

$$\begin{aligned} 2x - 8 - x + 5 &< 4 \\ x &< 4 + 3 \\ x &< 7 \end{aligned}$$

$$\text{Zatem } \begin{cases} x \in (-\infty, 7) \\ x \in \langle 4, 5 \rangle \end{cases}$$

Stąd  $x \in (-\infty, 7) \cap \langle 4, 5 \rangle$ , czyli  $x \in \langle 4, 5 \rangle$ .

**Ad. 3)** Dla  $x \in \langle 5, +\infty \rangle$  mamy:

$$\begin{aligned} 2x - 8 + x - 5 &< 4 \\ 3x &< 4 + 13 \\ 3x &< 17 \\ x &< \frac{17}{3} \end{aligned}$$

		<p>Zatem <math>\begin{cases} x \in (-\infty, \frac{17}{3}) \\ x \in \langle 5, +\infty \rangle \end{cases}</math></p> <p>Stąd <math>x \in (-\infty, \frac{17}{3}) \cap \langle 5, +\infty \rangle</math>, czyli <math>x \in \langle 5, \frac{17}{3} \rangle</math>. Na koniec:</p> $x \in (3, 4) \vee x \in \langle 4, 5 \rangle \vee x \in \langle 5, \frac{17}{3} \rangle \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x \in (3, 4) \cup \langle 4, 5 \rangle \cup \langle 5, \frac{17}{3} \rangle \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x \in \left(3, \frac{17}{3}\right)$ <p><b>Odp:</b> <math> 2x - 8  +  x - 5  &lt; 4 \Leftrightarrow x \in \left(3, \frac{17}{3}\right)</math>.</p>
<b>C. Część podsumowująca</b>	Najważniejszą czynnością w rozwiązywaniu nierówności z wartością bezwzględną jest prawidłowe ocenienie, czy należy ją rozwiązywać z definicji, czy z własności.	
<b>D. Praca domowa</b>	Dokończyć <b>zadania 1, 2, 3, 4, 5/83</b> oraz dla chętnych <b>zadanie 28, 29</b> z zadań dodatkowych ze strony internetowej <a href="http://www.zse.bydgoszcz.pl/~malycha/">http://www.zse.bydgoszcz.pl/~malycha/</a> z działu Logika i teoria zbiorów - przygotować na kartkach.	