Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę z kodem

☐ dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

CZERWIEC 2013

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 26 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj <u>tylko długopisu lub pióra</u> z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Czas pracy: 180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

MMA-R1_1P-133

Zadanie 1. *(5 pkt)*

Rozwiąż nierówność $\sqrt{x^2+4x+4} \geq 11 - \sqrt{x^2-6x+9}$.

Zadanie 2. *(5 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(m+1)x^2 - 3mx + m + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki takie, że ich suma jest nie większa niż 2,5.

Zadanie 3. *(4 pkt)*

Rozwiąż równanie $2\mathrm{tg}x \cdot \cos x + 1 = 2\cos x + \mathrm{tg}x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Zadanie 4. *(4 pkt)*

Wykaż, że prawdziwa jest równość $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}=3$.

Zadanie 5. *(3 pkt)*

Uzasadnij, że jeżeli $2a+b \geq 0$, to $2a^3+b^3 \geq 3a^2b$.

Zadanie 6. *(5 pkt)*

W równoległoboku $ABCD$ miara kąta ostrego jest równa 30°, a odległości punktu przecięcia się przekątnych od sąsiednich boków równoległoboku są równe 2 i $\sqrt{3}$. Oblicz długość krótszej przekątnej tego równoległoboku.

Zadanie 7. *(4 pkt)*

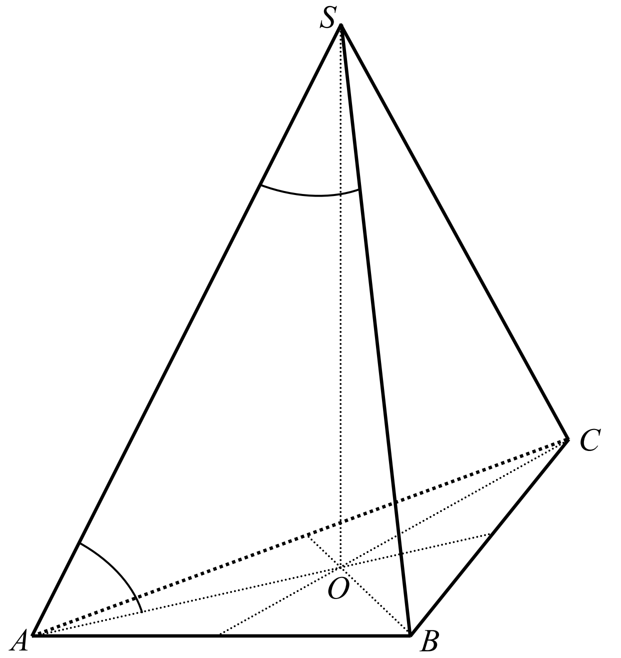
Punkty $A=(2,0)$ i $B=(4,2)$ leżą na okręgu o równaniu $(x-1)^2+(y-3)^2=10$. Wyznacz na tym okręgu taki punkt C, aby trójkąt ABC był trójkątem równoramiennym o podstawie AB.

Zadanie 8. *(3 pkt)*

Wykaż, że dla dowolnego kąta α prawdziwa jest tożsamość $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{1+\cos^2 2\alpha}{2}$.

Zadanie 9. *(5 pkt)*

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt ABC. Kąt nachylenia krawędzi bocznej AS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa jest równy kątowi między krawędziami bocznymi AS i BS zawartymi w ścianie bocznej ASB tego ostrosłupa (zob. rysunek). Oblicz kosinus tego kąta.



Zadanie 10. *(4 pkt)*

Liczby $a_1, a_2, ..., a_n$ są dodatnie i w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Uzasadnij, że prawdziwa jest równość $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n} = \sqrt{a_1 \cdot a_n}$.

Zadanie 11. *(4 pkt)*

Suma długości dwóch boków trójkąta równa się 4, a kąt między tymi bokami ma miarę $120°$. Oblicz najmniejszą wartość sumy kwadratów długości wszystkich boków tego trójkąta.

Zadanie 12. *(4 pkt)*

Pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego są liczby 1, 3, 5. Współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej tego wielomianu jest równy $\frac{1}{2}$. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 24.