

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Niech $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{2}$. Wtedy wartość wyrażenia $\frac{a+b}{a \cdot b}$ jest równa

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{5}$ C. $\frac{7}{18}$ D. $\frac{3}{2}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Cenę pewnego towaru obniżano dwukrotnie, za każdym razem o 20%. Takie dwie obniżki ceny tego towaru można zastąpić równoważną im jedną obniżką

- A. o 40%. B. o 36%. C. o 32%. D. o 28%.

Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba $\frac{5^{12} \cdot 9^5}{15^{10}}$ jest równa

- A. 25 B. 3^7 C. 3^3 D. $\frac{25}{27}$

Zadanie 4. (1 pkt)

W rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{2}{7}$ na trzydziestym miejscu po przecinku stoi cyfra

- A. 7 B. 1 C. 2 D. 4

Zadanie 5. (1 pkt)

Wskaż największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{4} - \sqrt{3} < 0$.

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

Zadanie 6. (1 pkt)

Wyrażenie $9 - (y - 3)^2$ jest równe

- A. $-y^2 + 18$ B. $-y^2 + 6y$ C. $-y^2$ D. $-y^2 + 6y + 18$

Zadanie 7. (1 pkt)

Iloczyn liczb spełniających równanie $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$ jest równy

- A. 6 B. -5 C. 5 D. -6

Zadanie 8. (1 pkt)

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$ ma współrzędne $(2, 2)$. Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji $g(x) = f(x+2)$ ma współrzędne

- A. $(0, 2)$ B. $(4, 2)$ C. $(2, 0)$ D. $(2, 4)$

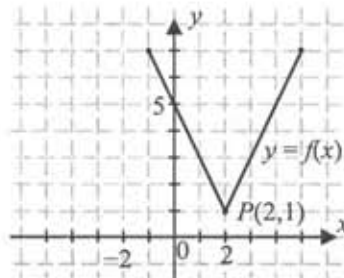
Zadanie 9. (1 pkt)

Miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = x + 3m$ jest większe od 2 dla każdej liczby m spełniającej warunek

- A. $m < -\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3} < m < \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < m < 1$ D. $m > 1$

Zadanie 10. (1 pkt)

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f .



Wskaż wzór funkcji, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Oy układu współrzędnych.

- A. $y = f(x-4)$ B. $y = f(x)-4$ C. $y = f(x+4)$ D. $y = f(x)+4$

Zadanie 11. (1 pkt)

Ośią symetrii wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 - 8x + 6$ jest prosta o równaniu

- A. $y = 2$ B. $y = -2$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Zadanie 12. (1 pkt)

Ciąg (a_n) jest określony dla $n \geq 1$ wzorem: $a_n = 2n - 1$. Suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. 101 B. 121 C. 99 D. 81

Zadanie 13. (1 pkt)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) dla $n \geq 1$, w którym $a_{10} = 11$ oraz $a_{100} = 111$. Wtedy różnica r tego ciągu jest równa

- A. $\frac{9}{10}$ B. -100 C. $\frac{10}{9}$ D. 100

Zadanie 14. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym o długościach przyprostokątnych 2 i 5 cosinus większego z kątów ostrych jest równy

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{\sqrt{29}}$ D. $\frac{5}{\sqrt{29}}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Kąt α jest ostry oraz $3 \sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha = 0$. Wtedy

- A. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ B. $\operatorname{tg} \alpha = 3$ C. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ D. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 16. (1 pkt)

Dłuższa przekątna sześciokąta foremnego ma długość $2\sqrt{2}$. Pole tego sześciokąta jest równe

- A. $12\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

Zadanie 17. (1 pkt)

Obwody dwóch trójkątów podobnych, których pola pozostają w stosunku 1:4, mogą być równe

- A. 9 i 36 B. 18 i 36 C. 9 i 144 D. 18 i 144

Zadanie 18. (1 pkt)

Punkty $A = (3, 2)$ i C są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$, a punkt $O = (6, 5)$ jest środkiem okręgu opisanego na tym kwadracie. Współrzędne punktu C są równe

- A. (9, 8) B. (15, 12) C. $\left(4\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}\right)$ D. (3, 3)

Zadanie 19. (1 pkt)

Okrąg opisany równaniem $(x-3)^2 + (y+2)^2 = r^2$ jest styczny do osi Oy . Promień r tego okręgu jest równy

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

Zadanie 20. (1 pkt)

Każda krawędź ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 9 (ostrosłup taki jest nazywany czworościanem foremnym). Wysokość tego ostrosłupa jest równa

- A. $3\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{2}$

Zadanie 21. (1 pkt)

Dane są punkty $A=(2,3)$ oraz $B=(-6,-3)$. Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny ABC jest równy

- A. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 22. (1 pkt)

Pole podstawy graniastoslupa prawidłowego czworokątnego jest równe 36, a miara kąta nachylenia przekątnej graniastoslupa do płaszczyzny jego podstawy jest równa 30° . Wysokość tego graniastoslupa jest równa

- A. $3\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{6}$

Zadanie 23. (1 pkt)

Ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, 15\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby pierwszej jest równe

- A. $\frac{7}{16}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{6}{15}$ D. $\frac{7}{15}$

Zadanie 24. (1 pkt)

Medianą zestawu danych 9, 1, 4, x, 7, 9 jest liczba 8. Wtedy x może być równe

- A. 8 B. 4 C. 7 D. 9

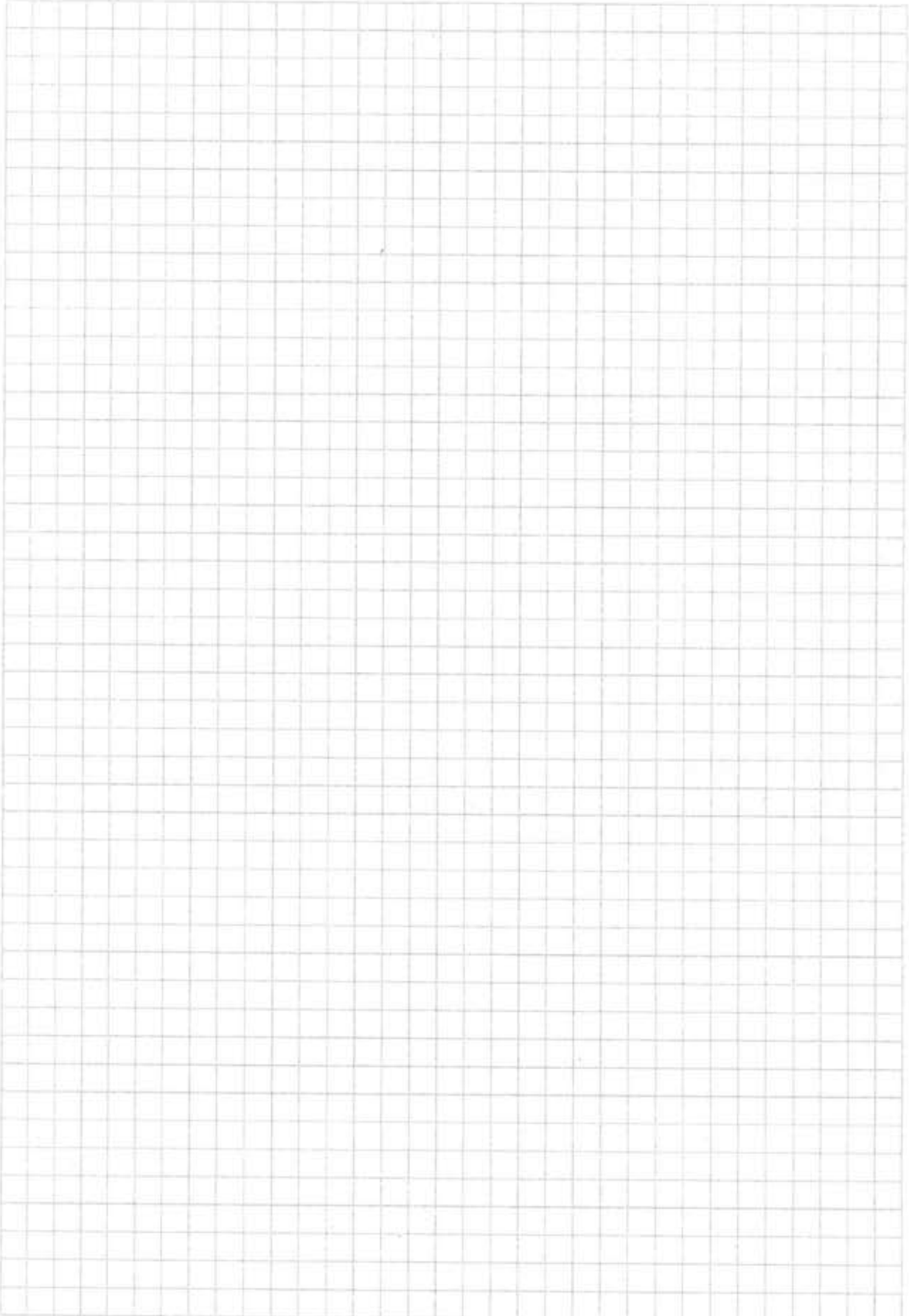
Zadanie 25. (1 pkt)

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, większych od 3000, utworzonych wyłącznie z cyfr 1, 2, 3, przy założeniu, że cyfry mogą się powtarzać, ale nie wszystkie z tych cyfr muszą być wykorzystane?

- A. 3 B. 27 C. 9 D. 6

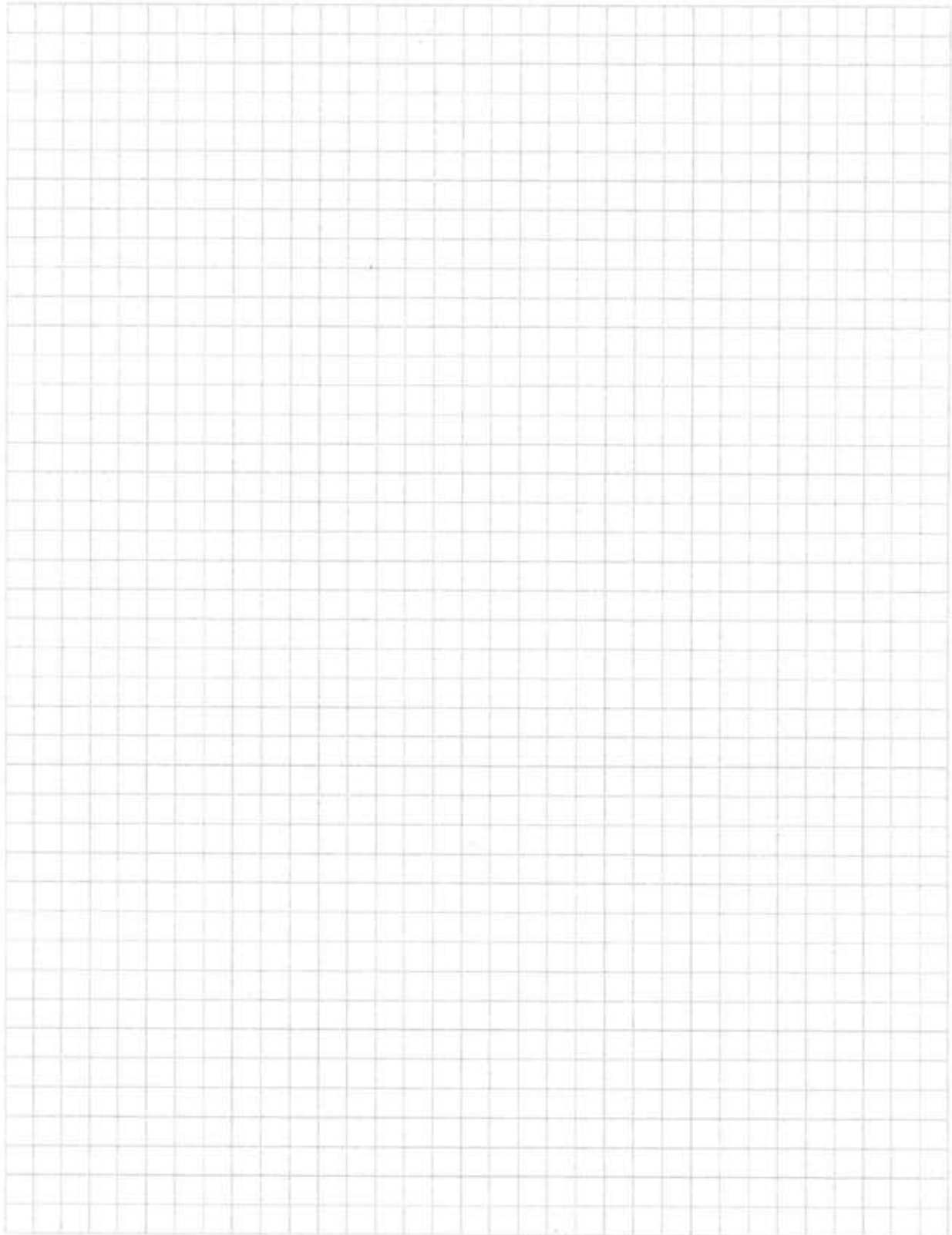
Zadanie 26. (2 pkt)

Rozwiąż równanie $8x^3 + 8x^2 - 3x - 3 = 0$.



Zadanie 27. (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $5x^2 - 45 \leq 0$.

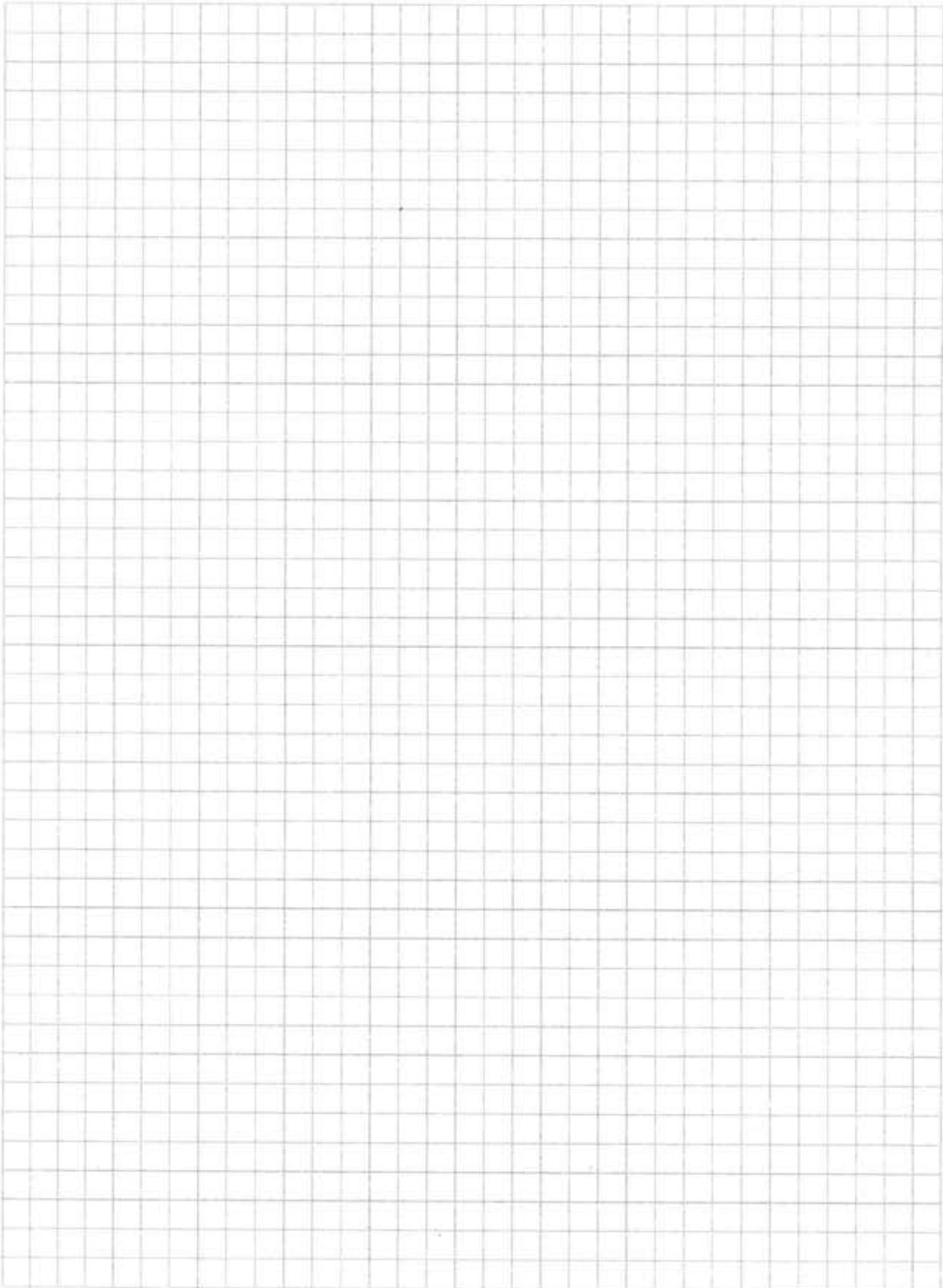


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (2 pkt)

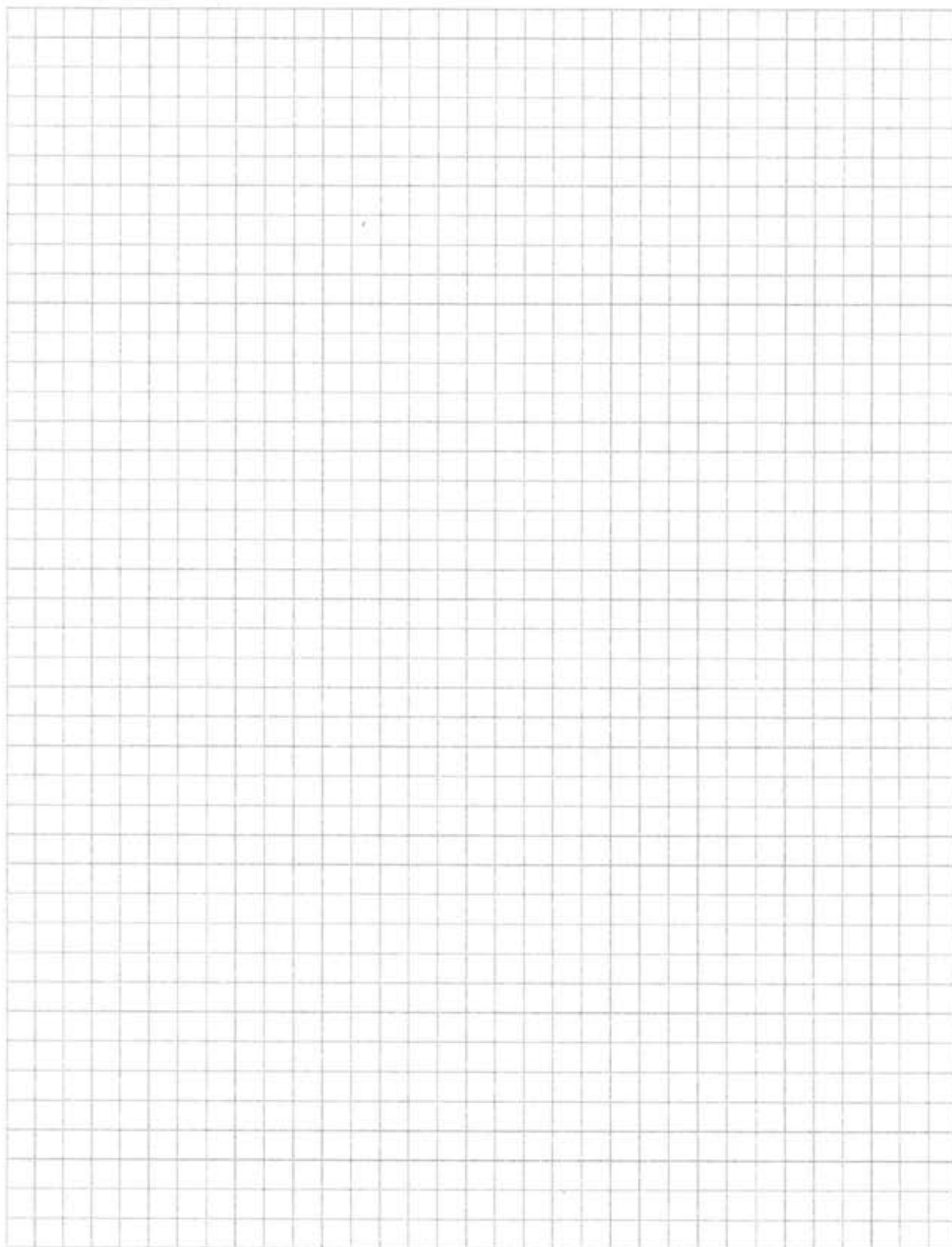
Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 9 lub podzielną przez 12.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (2 pkt)

Kąt α jest ostry i spełnia równość $\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{7}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

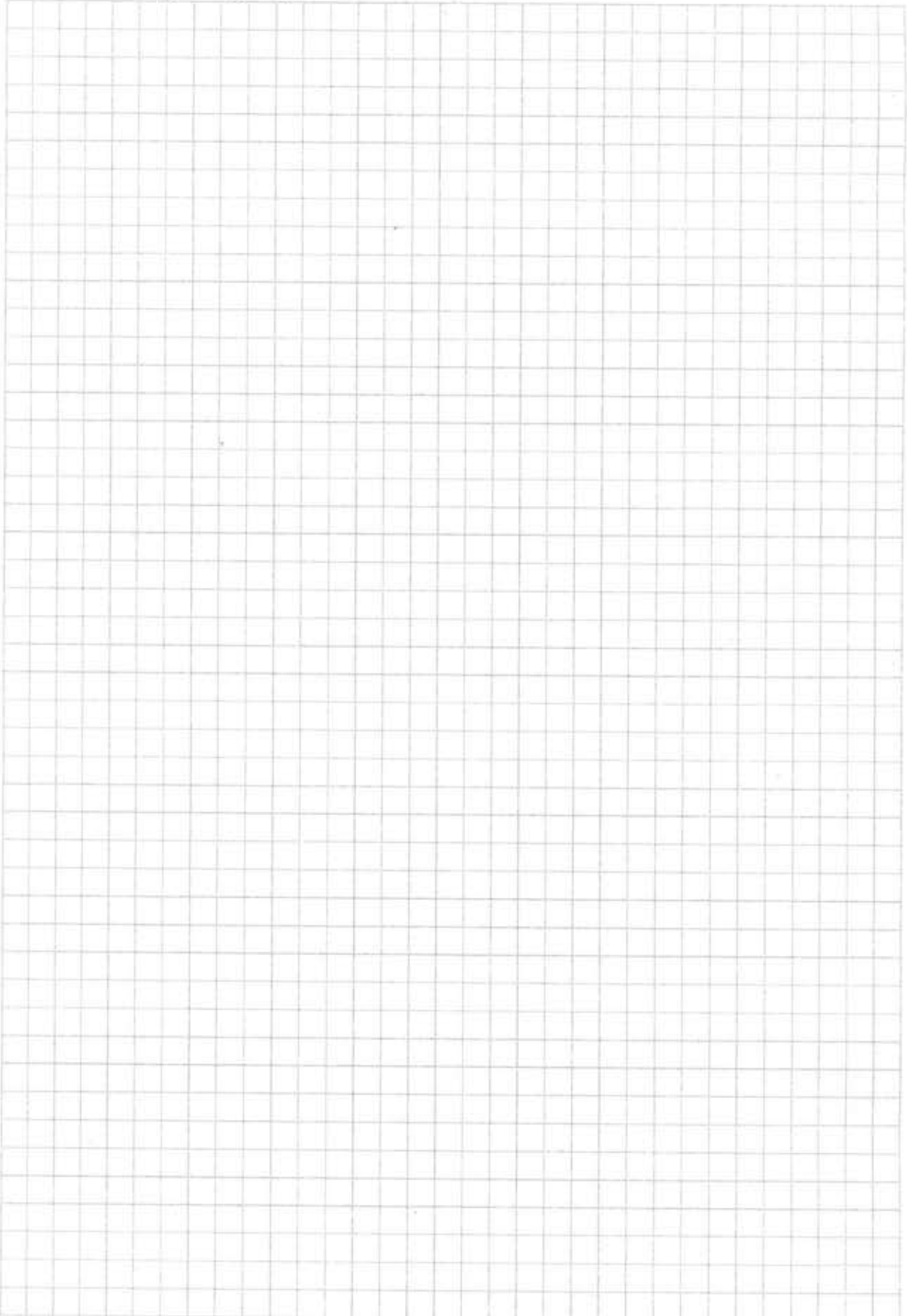


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

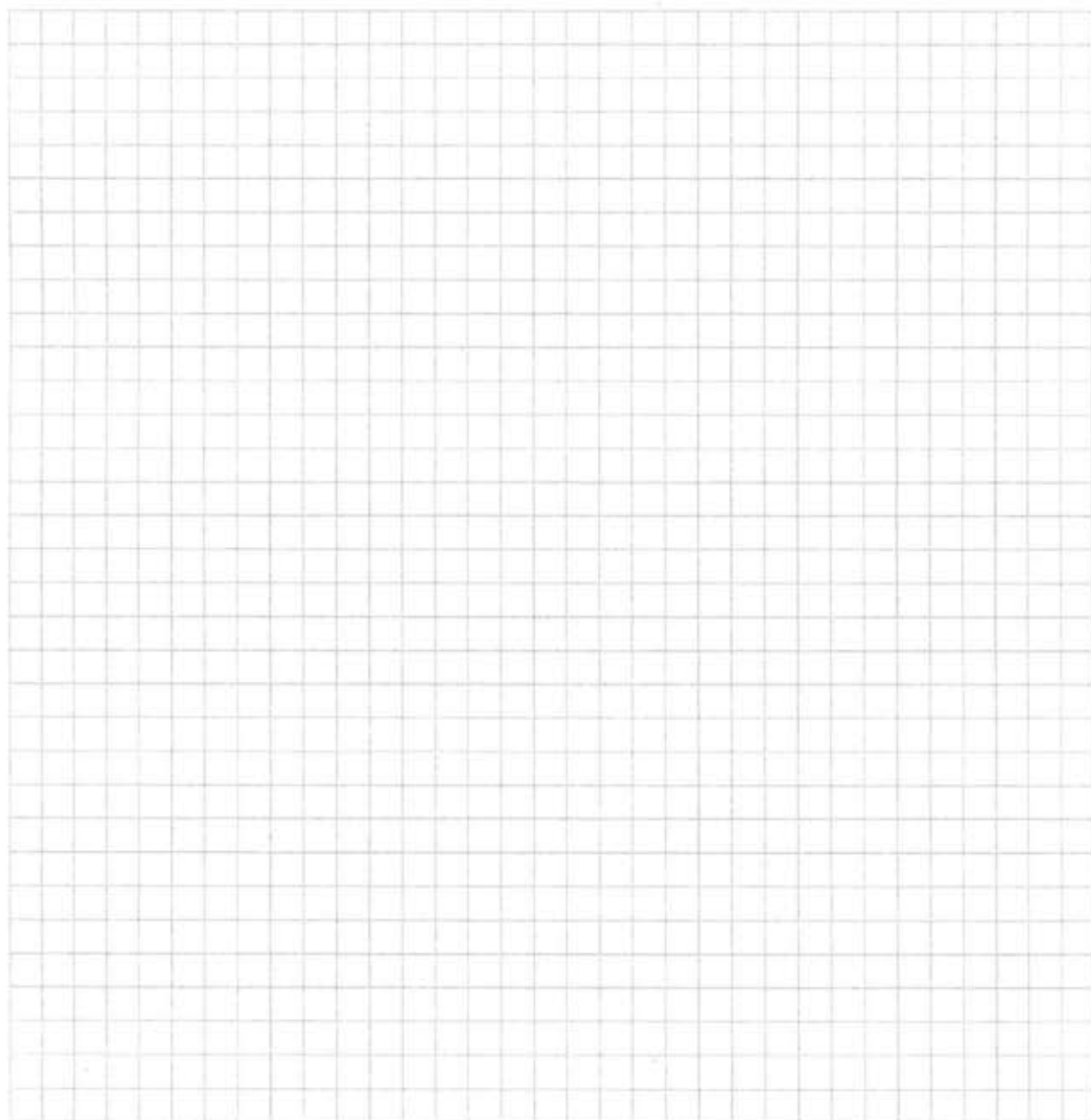
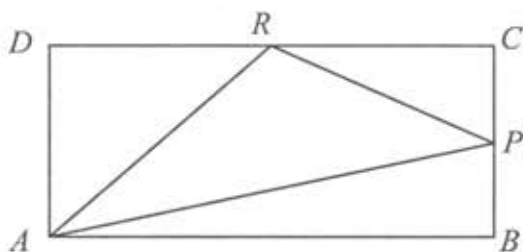
Zadanie 30. (2 pkt)

Udowodnij, że dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$.



Zadanie 31. (2 pkt)

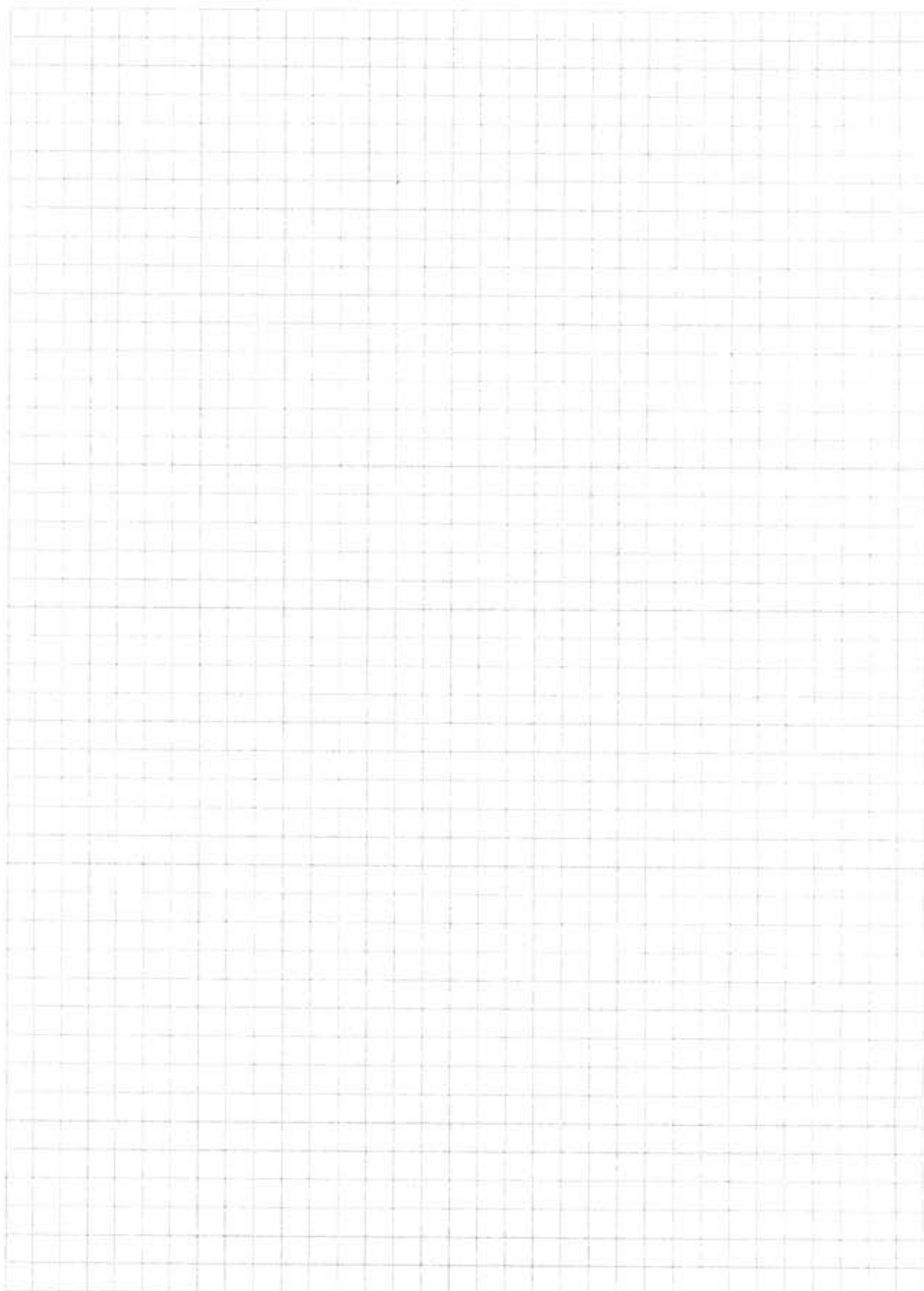
W prostokącie $ABCD$ punkt P jest środkiem boku BC , a punkt R jest środkiem boku CD . Wykaż, że pole trójkąta APR jest równe sumie pól trójkątów ADR oraz PCR .



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

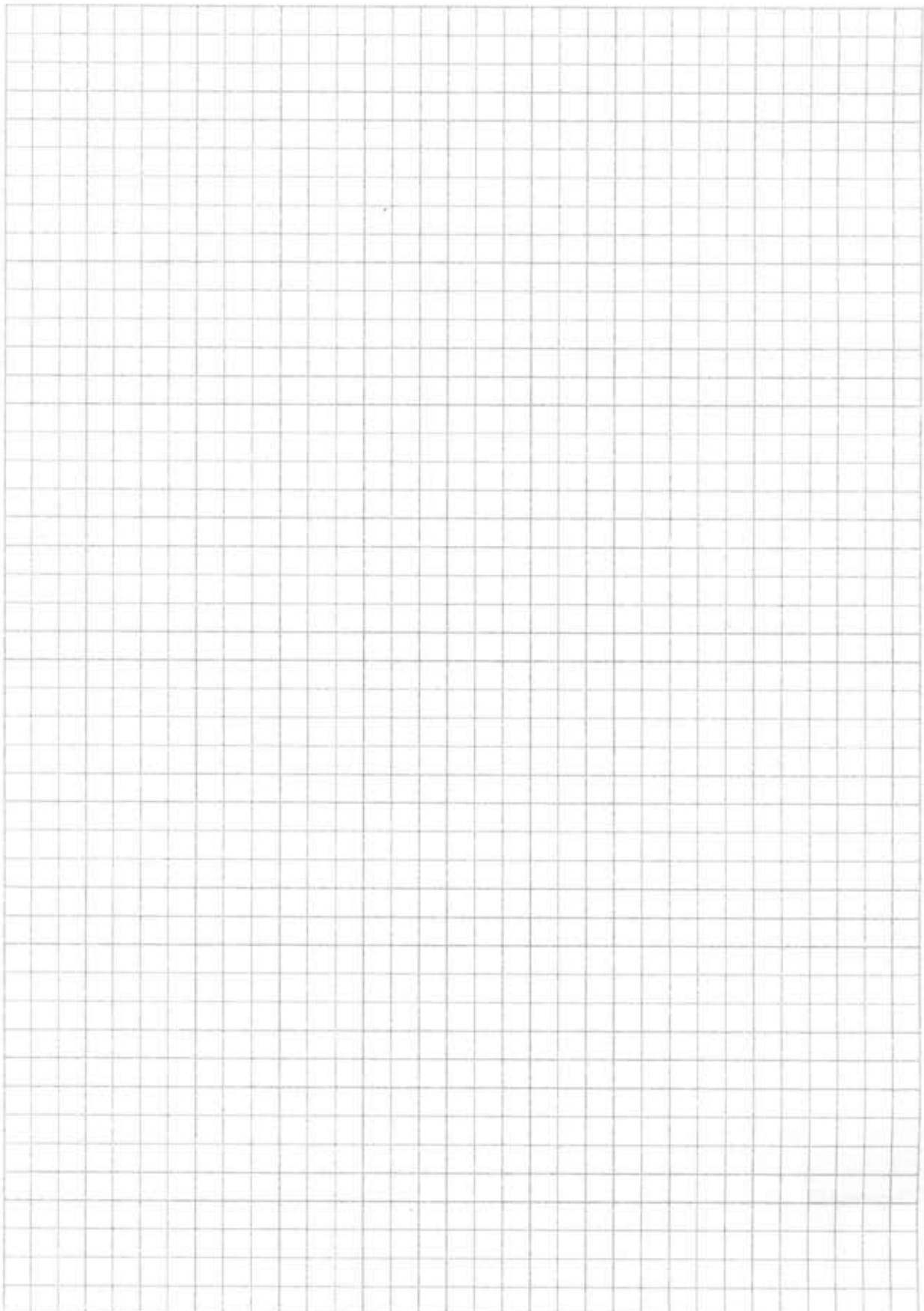
Zadanie 32. (4 pkt)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o różnicy $r \neq 0$ i pierwszym wyrazie $a_1 = 2$. Pierwszy, drugi i czwarty wyraz tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Oblicz iloraz tego ciągu geometrycznego.



Zadanie 33. (4 pkt)

Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta o wierzchołkach $A = (-2, 2)$, $B = (6, -2)$,
 $C = (10, 6)$.



Zadanie 34. (5 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym ściana boczna o polu równym 10 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

