

Geometria analityczna

Zadanie 1

Napisz równanie okręgu o środku S i promieniu r , gdy:

- a) $S = (0, 0)$, $r = 2$
- b) $S = (0, 1)$, $r = 3$
- c) $S = (-1, 0)$, $r = \sqrt{2}$
- d) $S = (0, -3)$, $r = \sqrt{3}$
- e) $S = (1, 2)$, $r = 2\sqrt{3}$
- f) $S = (-2, 3)$, $r = \sqrt{5}$
- g) $S = (4, -2)$, $r = 2\sqrt{7}$
- h) $S = (-1, -5)$, $r = 3\sqrt{5}$

Zadanie 2

Punkt A należy do okręgu o środku w punkcie S . Napisz równanie tego okręgu, gdy:

- a) $A = (3, 4)$, $S = (1, 2)$
- b) $A = (-2, 5)$, $S = (0, 3)$
- c) $A = (3, -5)$, $S = (2, 0)$
- d) $A = (5, 11)$, $S = (3, -1)$
- e) $A = (-1, -2)$, $S = (1, -3)$
- f) $A = (-3, 5)$, $S = (-2, -1)$

Zadanie 3

Wyznacz współrzędne środka S i promień r okręgu o równaniu:

- a) $x^2 + y^2 - 4 = 0$
- b) $x^2 + y^2 - 12 = 0$
- c) $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$
- d) $x^2 + y^2 + 2x - 8 = 0$
- e) $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$
- f) $x^2 + y^2 + 4y = 0$
- g) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$
- h) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$
- i) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$
- j) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 10 = 0$
- k) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$
- l) $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 19 = 0$
- m) $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 39 = 0$
- n) $x^2 + y^2 - x + y - \frac{1}{2} = 0$
- o) $x^2 + y^2 + x - y - \frac{3}{2} = 0$
- p) $x^2 + y^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y - \frac{695}{144} = 0$

Zadanie 4

Mając dane równanie okręgu O , oblicz, ile punktów

wspólnych ma ten okrąg z osią x , gdy:

- a) $O : (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$
- b) $O : (x + 11)^2 + (y + 4)^2 = 16$
- c) $O : (x - 2\sqrt{2})^2 + (y + 3\sqrt{3})^2 = 27$
- d) $O : x^2 + y^2 - 8x + 20y + 100 = 0$

Zadanie 5

Mając dane równanie okręgu O , oblicz, ile punktów wspólnych ma ten okrąg z osią y , gdy:

- a) $O : (x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- b) $O : (x - \sqrt{3})^2 + (y + 4)^2 = 3$
- c) $O : (x - \sqrt{5})^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 6$
- d) $O : x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$

Zadanie 6

Sprawdź, czy punkt P należy do koła o środku w punkcie S i promieniu r , gdy:

- a) $P = (-3, 4)$, $S = (0, 0)$, $r = 6$
- b) $P = (5, 12)$, $S = (0, 0)$, $r = 12$
- c) $P = (8, -15)$, $S = (0, 0)$, $r = 17$
- d) $P = (3, 1)$, $S = (2, 3)$, $r = 2$
- e) $P = (-2, 3)$, $S = (1, 2)$, $r = 3$
- f) $P = (-1, -2)$, $S = (1, 1)$, $r = \sqrt{15}$
- g) $P = (1, 3)$, $S = (-3, -1)$, $r = 6$
- h) $P = (-5, 7)$, $S = (-2, 11)$, $r = 5$

Zadanie 7

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , wykaż, że są one styczne zewnętrznie, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 4$,
 $O_2 : x^2 + y^2 + 12x + 20 = 0$
- b) $O_1 : x^2 + y^2 = 1$,
 $O_2 : x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$
- c) $O_1 : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$,
 $O_2 : x^2 + y^2 - 8x - 10y + 37 = 0$
- d) $O_1 : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0$,
 $O_2 : x^2 + y^2 - 2x - 10y + 8 = 0$

Zadanie 8

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , wykaż, że są one styczne wewnętrznie, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 1$,
 $O_2 : x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$
- b) $O_1 : x^2 + y^2 = 1$,

- $O_2 : x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$
 c) $O_1 : x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 14x - 18y + 30 = 0$
 d) $O_1 : x^2 + y^2 + 6x - 12y = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$

Zadanie 9

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , wykaż, że mają one dwa punkty wspólne, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 5,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 4x = 0$
 b) $O_1 : x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$
 c) $O_1 : x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 8x + 4y - 25 = 0$
 d) $O_1 : x^2 + y^2 - 2x - 6y - 6 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$

Zadanie 10

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , wykaż, że nie mają one punktów wspólnych, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 1,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$
 b) $O_1 : x^2 + y^2 - 4y = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 31 = 0$
 c) $O_1 : x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 6x - 8y + 23 = 0$
 d) $O_1 : x^2 + y^2 - x - y = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

Zadanie 11

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , oblicz liczbę ich punktów wspólnych, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 9,$
 $O_2 : (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$
 b) $O_1 : (x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 4,$
 $O_2 : (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 c) $O_1 : x^2 + y^2 = 16,$
 $O_2 : (x - 3)^2 + y^2 = 9$
 d) $O_1 : x^2 + y^2 = 25,$
 $O_2 : x^2 + (y + 3)^2 = 4$
 e) $O_1 : x^2 + y^2 = 1,$
 $O_2 : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 20$
 f) $O_1 : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5,$
 $O_2 : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$

Zadanie 12

Mając dane równania okręgów O_1, O_2 , oblicz liczbę ich punktów wspólnych, gdy:

- a) $O_1 : x^2 + y^2 = 3,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$
 b) $O_1 : x^2 + y^2 = 5,$

- $O_2 : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 93 = 0$
 c) $O_1 : x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 10x - 6y + 18 = 0$
 d) $O_1 : x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 3x - 7y = 0$
 e) $O_1 : x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 9x - 15y = 0$
 f) $O_1 : x^2 + y^2 - 5x + 9y = 0,$
 $O_2 : x^2 + y^2 - 3x - 11y = 0$

Zadanie 13

Na płaszczyźnie z prostokątnym układem współrzędnych zaznacz zbiór $A \cap B$, gdy:

- a) $A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 \geq 1\}$
 $B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 \leq 9\}$
 b) $A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 \leq 4\}$
 $B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 + 2x \geq 0\}$
 c) $A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 1\}$
 $B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 16\}$
 d) $A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 \leq 1\}$
 $B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$

Zadanie 14

Napisz równanie okręgu przechodzącego przez punkt $P = (8, 9)$ i stycznego do obu osi układu współrzędnych.

Zadanie 15

Napisz równanie okręgu przechodzącego przez punkt $P = (9, 9)$ i stycznego do osi OX w punkcie $A = (6, 0)$.

Zadanie 16

Napisz równanie okręgu i naszkicuj okrąg:

- a) o środku $(-2, 1)$ i promieniu $3\sqrt{3}$
 b) o środku $(1, -3)$ i promieniu $\sqrt{2}$

Zadanie 17

Dany jest okrąg $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$. Wyznacz współrzędne środka okręgu i długość promienia. Zbadaj, ile punktów wspólnych z danym okręgiem ma prosta o równaniu $x + 3y - 6 = 0$.

Zadanie 18

Dany jest okrąg $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Wyznacz współrzędne środka okręgu i długość promienia. Zbadaj, ile punktów wspólnych z danym okręgiem ma prosta o równaniu $x - 4y + 4 = 0$.

Zadanie 19

Prosta o równaniu $3x + 4y - 5 = 0$ jest styczna do

okręgu, którego środkiem jest punkt $O = (-3, -1)$.
Oblicz promień okręgu.

Zadanie 20

Rozwiąż algebraicznie i graficznie układy równań:

$$\text{a)} \begin{cases} y + x = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 48 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} x - y = \frac{5}{6} \\ xy = 1 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -15 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 250 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 136 \\ x + y = 16 \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 90 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

$$\text{h)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{i)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\text{j)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$\text{k)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4\frac{4}{9} \\ 3xy = 4 \end{cases}$$

$$\text{l)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ xy = 24 \end{cases}$$

$$\text{m)} \begin{cases} y = x^2 \\ y = -x^2 + x \end{cases}$$

$$\text{n)} \begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ y = x^2 + 4x \end{cases}$$

$$\text{o)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2a^2 \\ xy = a^2 \end{cases}$$

$$\text{p)} \begin{cases} x^2 + xy = 5 \\ y^2 - xy = 12 \end{cases}$$

$$\text{q)} \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 57 \\ x^2 - xy + y^2 = 43 \end{cases}$$

$$\text{r)} \begin{cases} x^2 + 2xy - y^2 = 7(x - y) \\ 2xy - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{s)} \begin{cases} x^2 + y^2 - 5(x + y) = 8 \\ x^2 + y^2 - 3(x + y) = 28 \end{cases}$$

$$\text{t)} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y^2 = x \end{cases}$$

$$\text{u)} \begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y^2 = x \end{cases}$$

$$\text{w)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ y^2 = -x \end{cases}$$

$$\text{x)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

$$\text{y)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y^2 - 4x^2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{z)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 16y^2 - 9x^2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ż)} \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ y = x \end{cases}$$

$$\text{ź)} \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = \frac{3}{4}x + 3 \end{cases}$$

Zadanie 21

Rozwiąż graficznie układy nierówności:

$$\text{a)} \begin{cases} y \leq x^2 - 2x + 1 \\ y \geq \frac{1}{2}x^2 + 4x + 4 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} y \geq x^2 + 2x + 1 \\ y \leq x^2 + 6x + 9 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} y \geq x^2 - 1 \\ y \leq x + 1 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} y \geq x^2 - 16 \\ y \leq -x^2 + 10x - 25 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} y \geq x^2 - 4 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \leq x^2 - 2 \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} xy \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{h)} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y^2 \leq x^2 \end{cases}$$

$$\text{i)} \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ y^2 \geq x^2 \end{cases}$$

$$\text{j)} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 5 \\ y^2 \leq 4x^2 \end{cases}$$

$$\text{k)} \begin{cases} xy \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{l)} \begin{cases} xy \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

$$\text{m)} \begin{cases} xy \leq 1 \\ (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{n)} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ y \leq x^2 \end{cases}$$

$$\text{o)} \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ (x + 2)^2 + (y + 2)^2 \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{p)} \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ (x - 3)^2 + y^2 \leq 25 \\ (x + 3)^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{p)} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x^2 + y^2 - 6x \geq 0 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{array} \right. \\ \text{q)} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 16 \\ y \leq (x-2)^2 \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 1 \end{array} \right. \\ \text{r)} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x + y \geq 2 \\ y - x \leq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Zadanie 22

Środkiem symetrii sześciokąta foremnego $ABCDEF$ jest początek układu współrzędnych. Wierzchołek A ma współrzędne $(4, 0)$.

- Znajdź współrzędne pozostałych wierzchołków.
- Znajdź długości przekątnych tego sześciokąta.
- Podaj współrzędne środków boków tego sześciokąta.

Zadanie 23

Sprawdź, czy trójkąty ABC i DEF są podobne, jeśli:

- $A = (2, 3)$, $B = (8, 3)$, $C = (5, 7)$, $D = (1, -8)$, $E = (-11, -8)$, $F = (-5, -16)$,
- $A = (5, 4)$, $B = (17, 4)$, $C = (11, 12)$, $D = (-12, 0)$, $E = (-6, -8)$, $F = (0, 0)$,
- $A = (-2, 1)$, $B = (2, 3)$, $C = (4, -1)$, $D = (10, -1)$, $E = (-2, -7)$, $F = (-8, 5)$.

Zadanie 24

Oblicz pole trójkąta ograniczonego wykresami funkcji:

- $y = |2(x-3)|$ i $y = x$
- $y = |x+5|$ i $y = -\frac{1}{3}x + 1$
- $y = |2x| - 2$ i $y = |x-1| + 1$
- $y = |x-2| + 1$ i $y = |\frac{1}{2}x - 1| + 3$

Zadanie 25

Dla jakiej wartości a pole trójkąta ograniczonego osią OX i wykresem funkcji $y = |x| + a$ jest równe 36?

Zadanie 26

Dany jest trójkąt ABC o wierzchołkach $A = (-2, 1)$, $B = (2, -1)$, $C = (5, 4)$. Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta $A'B'C'$ otrzymanego z danego trójkąta ABC w przesunięciu o wektor:

- $\vec{u} = [1, -2]$
- $\vec{u} = [-3, -4]$
- $\vec{u} = [0, 5]$
- $\vec{u} = [-3, 5]$

Zadanie 27

Dany trójkąt ABC , gdzie $A = (-4, -1)$, $B = (1, -2)$, $C = (0, 3)$ przesunij najpierw o wektor $\vec{w} = [7, 2]$, a następnie jego obraz przesunij o wektor $\vec{u} = [2, -5]$. Podaj współrzędne wierzchołków obrazów trójkąta ABC w tych przesunięciach.

Zadanie 28

Dany jest trapez $ABCD$, gdzie: $A = (0, 0)$, $B = (12, 0)$, $C = (6, 6)$, $D = (2, 6)$.

- Znajdź współrzędne środków ramion BC i AD .
- Odcinek łączący środki ramion dzieli dany trapez na dwa czworokąty. Jaki jest stosunek pól tych czworokątów?

Zadanie 29

Korzystając z tablic, znajdź przybliżone miary kątów trójkąta utworzonego przez proste $y = x + 2$, $y = \frac{1}{2}x + 1$, $x = 3$.

Zadanie 30

Jakie kąty tworzą z osią OX proste, w których zawierają się boki trójkąta o wierzchołkach:

$$A = (0, 0), B = (8, 2), C = (2, 8)?$$

Znajdź miary kątów $\triangle ABC$.

Zadanie 31

Punkt P leży na prostej $y = x + 2$, a jego odległość od prostej $y = -x + 2$ jest równa $4\sqrt{2}$.

Wyznacz współrzędne punktu P .

Zadanie 32

Podaj równania wszystkich prostych dzielących równoległobok o wierzchołkach: $A = (0, 0)$, $B = (6, 0)$, $C = (9, 3)$, $D = (3, 3)$ na dwa równoległoboki, których pola są w stosunku 2 : 1.

Zadanie 33

Punkt P leżący na osi OY jest środkiem okręgu stycznego do prostej $y = x$.

Podaj współrzędne punktu P , jeśli okrąg ogranicza koło o polu równym 1.

Zadanie 34

Kwadrat opisany jest na okręgu o środku w punkcie $(-2, 1)$. Jeden z boków kwadratu zawiera się w prostej $y = 3x - 3$. Znajdź równania prostych zawierających pozostałe boki kwadratu.

Zadanie 35

Jaka jest odległość między prostą l_1 o równaniu $y = -x + b_1$ i prostą l_2 o równaniu $y = -x + b_2$, jeśli pierwsza z nich jest odległa o 2, a druga o 6 od punktu $(0, 0)$? Napisz równania tych prostych.

Zadanie 36

Oblicz odległość między dwiema równoległymi prostymi o równaniach:

a) $6x + 8y - 11 = 0$ i $6x + 8y - 41 = 0$

b) $7x + 24y + 10 = 0$ i $7x + 24y - 35 = 0$

c) $3x + 2y - 5 = 0$ i $6x + 4y + 7 = 0$

Zadanie 37

Dany jest równoległobok $ABCD$ o wierzchołkach: $A = (3, 0)$, $B = (6, 4)$, $C = (3, 6)$, $D = (0, 2)$. Oblicz długości obu wysokości równoległoboku.

Zadanie 38

W równoległoboku $ABCD$ dane są wierzchołki $A = (-3, -2)$, $B = (3, 0)$ oraz $D = (0, 4)$. Wyznacz współrzędne wierzchołka C oraz długości równoległoboku.

Zadanie 39

Wyznacz wartość m tak, aby trójkąt o wierzchołkach: $(-1, 1)$, $(3, -3)$, (m, m) miał pole równe 24.

Zadanie 40

Podaj zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od prostej $y = 5x - 4$ jest większa niż odległość od prostej $y = 5x + 6$.

Zadanie 41

Oblicz promień okręgu stycznego jednocześnie do prostych: $y = x + 2$ i $y = x + 6$.

Zadanie 42

W prostokątnym układzie współrzędnych o początku O dane są punkty $P = (16; 12)$ i $Q = (24; 27)$. Oblicz długości odcinków OP i PQ oraz pole trójkąta OPQ .

Zadanie 43

Oblicz pole figury ograniczonej wykresem funkcji $y = f(x)$ z zadania 2 i wykresem funkcji $y = g(x)$ określonej wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 4 & \text{dla } x \in (-\infty, 0) \\ x - 4 & \text{dla } x \in (0, 6) \\ 2 & \text{dla } x \in (6, 9) \\ x - 7 & \text{dla } x \in (9, \infty) \end{cases}$$

Zadanie 44

Punkty $A = (0, 0)$ i $C = (2, 8)$ są wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Jego przekątna BD zawiera się w prostej $y = -\frac{1}{4}x + 4\frac{1}{4}$. Oblicz obwód i pole tego prostokąta.

Zadanie 45

a) Znajdź równanie prostej $y = ax + b$ ($a \neq 0$), której jedynym punktem wspólnym z wykresem funkcji

$y = \frac{1}{x}$ jest punkt $(1, 1)$. Oblicz pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i tą prostą.

b) Uzasadnij, że trójkąty ograniczone osiami układu współrzędnych i dowolną prostą mającą jeden punkt wspólny z wykresem funkcji $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) mają jednakowe pola.

Zadanie 46

Osie układu współrzędnych są osiami symetrii kwadratu $ABCD$. Wierzchołki A i C należą do hiperboli $y = \frac{a}{x}$. Podaj współrzędne wierzchołków kwadratu i oblicz jego pole dla $a = 4$ oraz dla $a = 3$.

Zadanie 47

Ile punktów wspólnych ma okrąg o środku w punkcie $(0, 0)$ i danym promieniu r z hiperbolą $y = \frac{1}{x}$?

a) $r = 1$

b) $r = 1, 5$

c) $r = \sqrt{2}$

Zadanie 48

Znajdź środek i promień okręgu opisanego na trójkącie ABC , jeśli:

a) $A = (-3, -1)$, $B = (11, -1)$, $C = (-1, 5)$

b) $A = (-3, -2)$, $B = (5, 2)$, $C = (-1, 4)$

c) $A = (-3, 3)$, $B = (5, -1)$, $C = (9, 3)$

d) $A = (-4, -2)$, $B = (0, -4)$, $C = (8, 4)$

Zadanie 49

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór punktów (x, y) , dla których:

a) $|x| + |y| = 4$

b) $|x| + |y| \leq 4$