

## Wielokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu

### Zadanie 1

Dany jest okrąg o promieniu 11 cm. Przez punkt  $P$  odległy od środka okręgu o 5 cm poprowadzono cięciwę o długości 20 cm. Wyznacz długości odcinków, na które punkt  $P$  podzielił cięciwę.

### Zadanie 2

Udowodnij, że dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

**WSKAZÓWKA:** Rozpatrz odległość punktu przecięcia dwóch dwusiecznych od boków trójkąta.

### Zadanie 3

W trójkąt prostokątny wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z przeciwprostokątną podzielił ją na odcinki długości 6 i 9. Oblicz pole trójkąta oraz promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

### Zadanie 4

Okrąg o promieniu 1 cm jest wpisany w trójkąt równoramienny o podstawie 4 cm. Oblicz długość ramienia trójkąta.

### Zadanie 5

W trójkącie równoramiennym  $ABC$  dane są:  $|AC| = |BC|$ ,  $|AB| = 8\sqrt{3}$ ,  $|\sphericalangle ACB| = 120^\circ$ . Oblicz pole i obwód trójkąta  $ABC$  oraz pole koła opisanego na trójkącie  $ABC$ .

### Zadanie 6

Ile jest równe pole koła wpisanego w trójkąt powstały w wyniku podzielenia kwadratu o boku 1 jego przekątną?

### Zadanie 7

Oblicz stosunek długości promienia okręgu opisanego do długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny o podstawie długości 4 cm i ramieniu długości 3 cm.

### Zadanie 8

Boki trójkąta są równe 7, 24, 25. Oblicz promienie okręgów opisanego i wpisanego w ten trójkąt.

### Zadanie 9

Na okręgu o promieniu  $r$  opisano trapez prostokątny. Długość krótszej podstawy trapezu równa się  $\frac{5}{4}r$ . Oblicz pole tego trapezu.

### Zadanie 10

a) Długości podstaw trapezu są równe 6 cm i 4 cm. Kąty ostre trapezu mają miary  $30^\circ$  i  $60^\circ$ . Oblicz wysokość tego trapezu i jego pole.

b) Oblicz pole trapezu, którego boki równoległe mają długość 9 cm i 6 cm, a ramiona 5 cm i 4 cm.

### Zadanie 11

Podstawy trapezu mają długości 8 cm i 4 cm. Oblicz długość odcinka równoległego do nich i dzielącego pole trapezu na połowy.

### Zadanie 12

Jedna z podstaw trapezu jest średnicą okręgu na nim opisanego, promień okręgu jest równy 5 cm, a wysokość trapezu 4 cm. Oblicz obwód trapezu.

### Zadanie 13

W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest dwa razy dłuższa od drugiej. Przekątna trapezu jest dwusieczną kąta przy dłuższej podstawie. Oblicz długości boków trapezu, wiedząc, że jego pole jest równe  $9 \text{ cm}^2$ . Ile jest równe pole koła opisanego na tym trapezie?

### Zadanie 14

Przekątne prostokąta przecinają się pod kątem  $60^\circ$ . Oblicz pole koła opisanego na tym prostokącie, jeśli:

- a) krótszy bok prostokąta ma długość 6 cm,
- b) dłuższy bok prostokąta ma długość 6 cm.

### Zadanie 15

Dany jest kwadrat  $K_1$  o boku 4 cm. Jaka jest skala podobieństwa między kwadratami  $K_1$  i  $K_2$ , jeśli:

- a) obwód kwadratu  $K_2$  jest równy 12 cm,
- b) przekątna kwadratu  $K_2$  ma długość 6 cm,
- c) pole koła opisanego na kwadracie  $K_2$  wynosi  $16\pi \text{ cm}^2$ .

### Zadanie 16

Oblicz pole koła, jeśli pole kwadratu wpisanego w to koło jest mniejsze od pola koła o  $100 \text{ cm}^2$ .

### Zadanie 17

a) Promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny

jest równy 2. Oblicz pole tego sześciokąta.

b) Pole sześciokąta foremnego jest równe  $54\sqrt{3}$ . Ile jest równe pole koła wpisanego w ten sześciokąt?

#### Zadanie 18

Ile jest równy promień okręgu wpisanego w ośmiokąt foremny o boku 1? Odpowiedź uzasadnij.

A.  $r = \frac{1}{2}\text{ctg}45^\circ$  B.  $r = \frac{1}{2}\text{ctg}30^\circ$  C.  $r = \frac{1}{2}\text{ctg}22^\circ 30'$

#### Zadanie 19

Dany jest dwunastokąt foremny o boku  $a$  i polu  $P$ . Promień okręgu opisanego na nim jest równy  $R$ , a promień okręgu wpisanego w niego jest równy  $r$ . Mając daną jedną wielkość, oblicz trzy pozostałe.

a)  $a = 6$  cm

b)  $R = 4$  cm

c)  $r = 2$  cm

d)  $P = 12$  cm<sup>2</sup>

**WSKAZÓWKA:** Skorzystaj z tego, że  $\text{ctg}15^\circ = 2 + \sqrt{3}$ .

#### Zadanie 20

Oblicz długości boków trójkąta, wiedząc, że miary kątów wynoszą:  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ,  $\beta = \frac{\pi}{4}$ , a długość promienia koła opisanego na tym trójkącie wynosi  $R = 50$ .

**WSKAZÓWKA:** Wykorzystaj twierdzenie sinusów.

#### Zadanie 21

Dany jest trójkąt równoboczny o polu  $9\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie i długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.

#### Zadanie 22

Boki trójkąta mają długości: 3 dm, 60 dm, 7 dm. Oblicz pole tego trójkąta.

#### Zadanie 23

W trójkącie  $ABC$  dane są:  $b = 5$  cm,  $c = 8$  cm i  $\alpha = 60^\circ$ . Oblicz długość boku  $a$ .

**WSKAZÓWKA:** Wykorzystaj twierdzenie cosinusów.

#### Zadanie 24

Oblicz pole i miary kątów równoległoboku o bokach długości:  $a = 8$  cm,  $b = 5$  cm oraz krótszej przekątnej  $d = 6$  cm.

#### Zadanie 25

Dany jest trójkąt o bokach  $a = 4$ ,  $b = 13$ ,  $c = 14$ . Jaki to trójkąt?

#### Zadanie 26

Dłuższa przekątna rombu ma 8 cm długości, a kąt ostry ma miarę równą  $\frac{\pi}{3}$ . Oblicz długość boku

rombu i jego obwód.

#### Zadanie 27

Na kole opisano trapez równoramienny, którego kąt ostry ma miarę  $60^\circ$ . Wiedząc, że pole trapezu jest równe  $24\sqrt{3}$ , oblicz obwód trapezu.

#### Zadanie 28

Kąt ostry rombu ma miarę  $45^\circ$ , a dłuższa przekątna tego rombu ma długość  $10\sqrt{2}$  cm. Oblicz pole rombu oraz pole koła wpisanego w ten romb.

#### Zadanie 29

W trapez o kątach ostrych mających miary  $60^\circ$  i  $30^\circ$ , wpisano okrąg o promieniu długości 10 cm. Oblicz pole i obwód tego trapezu.

#### Zadanie 30

W trójkąt równoramienny o podstawie 18 cm i ramionach długości 27 cm wpisano okrąg. Punkty styczności ramion i okręgu połączono odcinkiem. Wyznacz:

a) długość tego odcinka

b) odległość tego odcinka od podstawy trójkąta,

c) długość promienia okręgu wpisanego w dany trójkąt.