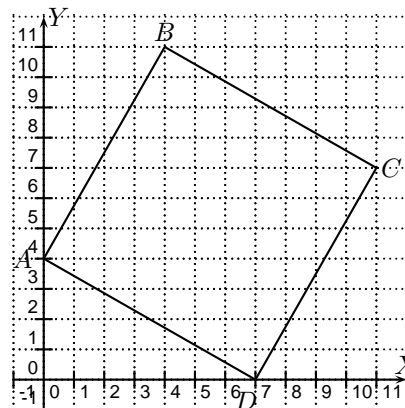


- Napisz równanie prostej:
  - $-6x + 3y + 2 = 0$  w postaci kierunkowej,
  - przechodzącej przez punkty  $A = (-4, -2)$ ,  $B = (5, 4)$ ,
  - nachylonej do osi  $OX$  pod kątem  $120^\circ$  i przechodzącej przez punkt  $N = (-3, 2)$ ,
  - równoległej do prostej  $l: 6x - y = 0$  i przechodzącej przez punkt  $P = (-1, 1)$ ,
  - prostopadłej do prostej  $l: \sqrt{2}x - y + 5 = 0$  i przechodzącej przez punkt  $M = (2, 1)$ .
- Napisz równanie symetralnej odcinka  $AB$ , gdy  $A = (-2, 2)$ ,  $B = (2, 10)$ .
- Punkty  $A = (5, -1)$ ,  $B = (1, 1)$  są symetryczne względem pewnej prostej. Wyznacz jej równanie.
- Dane są punkty:  $A = (-3, -1)$ ,  $B = (-1, 0)$  i  $C = (-2, 2)$ . Oblicz współrzędne i długość wektora:  
 $\vec{w} = 2 \cdot \vec{AB} + \vec{BC}$ .
- Niech  $A = (-4, 3)$ ,  $B = (2, 1)$ ,  $C = (1, -3)$ . Wyznacz współrzędne punktu  $D$ , tak aby wektor  $\vec{CD}$  był wektorem przeciwnym do wektora  $\vec{AB}$ .
- Niech  $A = (1, 3)$ ,  $B = (5, 1)$  oraz  $C = (4, 3)$ . Wyznacz współrzędne punktu  $M$  tak, aby  $\vec{AM} = \vec{AB} - 2 \cdot \vec{BC}$ . Oblicz długość wektora  $\vec{AM}$  i współrzędne jego środka.
- Znajdź pole kwadratu, którego jednym z wierzchołków jest punkt  $A = (1, -3)$ , i którego przekątna zawiera się w prostej o równaniu  $y = 2x$ .
- Wyznacz współrzędne punktu  $B$  symetrycznego do  $A = (2, 3)$  względem prostej  $x + 3y - 1 = 0$ .
- Oblicz odległość między prostymi  $y = x$  i  $x - y = 5$ .
- Prosta  $x + y - 1 = 0$  zawiera podstawę trójkąta równoramiennego. Jedno ramię trójkąta ma równanie  $x - 2y + 2 = 0$ . Znajdź równanie drugiej prostej zawierającej ramię trójkąta wiedząc, że przechodzi ono przez  $P = (-2, 0)$ .
- Sprawdź algebraicznie, czy trójkąt o wierzchołkach  $A = (5, -4)$ ,  $B = (-1, 2)$ ,  $C = (-4, -1)$  jest trójkątem prostokątnym.
- Dany jest trójkąt o wierzchołkach  $A = (0, 4)$ ,  $B = (5, 3)$  i  $C = (4, 8)$ . Wyznacz punkt przecięcia środkowej poprowadzonej z wierzchołka  $A$  z wysokością opuszczoną na bok  $AB$ .
- Punkty  $A = (6, 0)$ ,  $B = (1, 1)$  i  $C$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ . Punkt  $C$  jest punktem przecięcia prostej o równaniu  $y = x - 4$  z osią  $OY$ .
  - Napisz równanie prostej zawierającej bok  $AC$  tego trójkąta.
  - Uzasadnij, że ten trójkąt ma oś symetrii.
  - Oblicz pole tego trójkąta.
- Wyznacz miary kątów trójkąta ograniczonego osią  $OX$  i prostymi o równaniach:  $x - \sqrt{3}y = 0$ ,  $\sqrt{3}x + y - 6 = 0$ .
- Punkty  $A = (1, 1)$ ,  $B = (5, 0)$ ,  $C = (5, 7)$ ,  $D = (1, 6)$  są wierzchołkami czworokąta.
  - Wyznacz współrzędne punktu przecięcia przekątnych tego czworokąta.
  - Oblicz pole czworokąta.
  - Czy na tym czworokącie można opisać okrąg?
- Punkty  $A = (-1, 3)$  i  $B = (2, -1)$  są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku. Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków wiedząc, że przekątne tego równoległoboku są równoległe do osi układu współrzędnych.
- Znajdź środek i promień okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ , gdy  $A = (-4, -2)$ ,  $B = (0, 4)$ ,  $C = (8, 4)$ .
- Punkty  $A = (2, 4)$ ,  $B = (-2, 6)$ ,  $C = (-2, 2)$  są wierzchołkami równoległoboku  $ABCD$ . Oblicz współrzędne wierzchołka  $D$  i obwód tego równoległoboku.
- Prosta  $l$  tworzy z osią  $x$  kąt o mierze  $45^\circ$  i przechodzi przez punkt  $M = (-2, 2)$ . Prosta  $k$ , prostopadła do  $l$ , przecina oś  $x$  w punkcie o odciętej  $x_0 = -3$ .
  - Wyznacz równania prostych  $k$  i  $l$ .
  - Oblicz długość najdłuższego boku trójkąta, którego boki zawierają się w prostych  $l$  i  $k$  oraz w osi  $y$ .

20. (R) Okrąg  $o_1$  określony jest równaniem:  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ .  
 a) Napisz równanie okręgu  $o_2$  współśrodkowego z okręgiem  $o_1$ , przechodzącego przez punkt  $A = (6, 0)$ .  
 b) Oblicz pole pierścienia kołowego ograniczonego okręgami  $o_1$  i  $o_2$ .
21. (R) Dla jakich wartości parametru  $n$  punkty  $A = (2, 1)$ ,  $B = (-3, 2)$ ,  $C = (2n - 1, 1 - n)$  są wierzchołkami trójkąta prostokątnego o kącie prostym przy wierzchołku  $A$ .



22. (R) Rysunek przedstawia kwadrat  $ABCD$ , gdzie  $A = (0, 4)$ ,  $D = (7, 0)$ .  
 a) Podaj współrzędne wektora  $\overrightarrow{DC}$ .  
 b) Podaj równanie prostej  $AD$  w postaci ogólnej.
23. (R) Punkty  $M = (3, 1)$ ,  $N = (6, 5)$  są kolejnymi wierzchołkami trapezu  $KLMN$ . Stosunek długości podstaw trapezu jest równy  $1 : 2$ . Dłuższa podstawa zawiera się w prostej o równaniu  $4x - 3y - 8 = 0$ . Oblicz pole trapezu.
24. (R) W równoległoboku  $ABCD$  dane są:  $\overrightarrow{AB} = [6; -3]$ ,  $\overrightarrow{BC} = [0; 5]$ , zaś środkiem boku  $AB$  jest punkt  $S = (1; -\frac{1}{2})$ .  
 a) Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez wierzchołek  $C, D$ .  
 b) Wyznacz równanie prostej  $CE$  zawierającej wysokość poprowadzoną z wierzchołka  $C$  i przecinającej prostą  $AB$  w punkcie  $E$ .  
 c) Opisz przy pomocy układu nierówności liniowych zbiór wszystkich punktów należących do trójkąta  $BCE$ .
25. (R) Wyznacz promień okręgu o środku w początku układu współrzędnych stycznego zewnętrznemu do okręgu  $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 21 = 0$
26. (R) Napisz równanie okręgu symetrycznego do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 41 = 0$  względem prostej  $y = 2x$ .
27. (R) Zilustruj w układzie współrzędnych zbiory  $A$  i  $B$  oraz oblicz pole figury  $A \setminus B$ , gdzie

$$A = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 - 4y + y^2 \leq 5\},$$

$$B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y > |\sqrt{3}x| + 2\}.$$

28. (R) Dane są figury:

$$F_1 = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 - 6y \leq 0\},$$

$$F_2 = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y \leq 6 - |x|\}.$$

- a) Narysuj figury  $F_1, F_2$  oraz figurę  $F = F_1 \cap F_2$ .  
 b) Oblicz pole figury  $F$ .
29. (R) Wyznacz równania stycznych do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$  i prostopadłych do prostej o równaniu  $2x - y - 4 = 0$ .
30. (R) Wyznacz równania prostych przechodzących przez początek układu współrzędnych i stycznych do okręgu o środku w punkcie  $S = (4, 0)$  i promieniu równym 2.
31. (R) Narysuj w układzie współrzędnych trójkąt  $ABC$  o wierzchołkach:  $A = (0, 0)$ ,  $B = (3, -1)$  i  $C = (1, 3)$ .  
 a) Narysuj trójkąt  $A_1B_1C_1$ , który jest obrazem trójkąta  $ABC$  w przesunięciu o wektor  $\overrightarrow{AD}$ , gdzie  $D$  jest środkiem boku  $BC$ .  
 b) Narysuj trójkąt  $A_2B_2C_2$ , który jest obrazem trójkąta  $ABC$  w jednokładności o środku  $A$  i skali  $k = -2$ .  
 c) Oblicz stosunek pola trójkąta  $A_2B_2C_2$  do pola trójkąta  $A_1B_1C_1$ .

32. (R) Dane są odcinki  $AB$  i  $CD$  o końcach:  $A = (0, -2)$ ,  $B = (-3, 1)$ ,  $C = (5, 1)$  i  $D = (0, 6)$ . Wyznacz wszystkie jednokładności  $J_S^k$ , w których obrazem odcinka  $AB$  jest odcinek  $CD$ .
33. (R) a) Dla jakiej wartości  $m$  wektory  $\vec{a} = [2, 3]$  i  $\vec{b} = [-3, m]$  są równoległe.  
b) Dobierz liczby  $k, l$  tak aby  $k\vec{a} + l\vec{b} = \vec{c}$ , gdy  $\vec{a} = [2, 3]$ ,  $\vec{b} = [-3, 2]$ ,  $\vec{c} = [5, 5\frac{1}{3}]$ .  
c) Wektory  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  mają długości równe 1. Wektor  $\vec{a} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$  i wektor  $\vec{b} = -8\vec{u} + 7\vec{v}$  są prostopadłe. Wyznacz kąt, jaki tworzą wektory  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ .
34. (R) a) Dla jakich wartości parametru  $m \in \mathbb{R}$  wektory  $\vec{a} = \vec{p} + m\vec{q}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}$  są prostopadłe, jeżeli:  $|\vec{p}| = 1$ ,  $|\vec{q}| = 2$  i miara kąta między wektorami  $\vec{p}$  i  $\vec{q}$  wynosi  $\frac{2}{3}\pi$ .  
b) Kąt między wektorami  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  jest równy  $\frac{2}{3}\pi$ . Oblicz  $(4\vec{a} + 3\vec{b})^2$  wiedząc, że  $|\vec{a}| = \frac{1}{4}$ ,  $|\vec{b}| = \frac{1}{3}$ .  
c) Dla jakiej wartości parametru  $t$ , wektory  $\vec{a} = [2^{t-1}, 3]$ ,  $\vec{b} = [2, -1]$  są wzajemnie prostopadłe.
35. (R) W trójkącie  $ABC$  mamy dane  $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AC} = 20$ ,  $|BC| = 7$ ,  $|AB| + |AC| = 13$ . Oblicz  $|AB|$ ,  $|AC|$ , miarę  $\sphericalangle BAC$  oraz pole trójkąta  $ABC$ .