

1. (R) Oblicz:
 - a) $(\sqrt{2} + 1)^4$
 - b) $(1 - \sqrt{3})^5$
 - c) $(p + \sqrt{p})^3$
2. (R) Wykonano potęgowanie dwumianu $(x^2 + \frac{1}{x})^9$ i uporządkowano jego składniki. Oblicz współczynnik stojący przy x^3 .
3. Oznaczmy przez P_{13} liczbę wszystkich uporządkowań zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 13\}$. Sprawdź, czy P_{13} dzieli się przez:
 - a) 11
 - b) 17
 - c) $12!$
4. Dana jest liczba $a = \binom{15}{12}$.
 - a) Sprawdź, czy liczba a dzieli się przez 5.
 - b) Sprawdź, czy liczba 2 jest dzielnikiem liczby a .
 - c) Wyznacz liczbę wszystkich dzielników naturalnych liczby a .
5. a) Oblicz n , gdy $\binom{n}{4} = 35$.
 - b) Różnica między $\binom{n}{2}$ a $\binom{n}{1}$ wynosi 5. Oblicz n .
 - c) Rozwiąż równanie: $20P_{n-2} = P_n$, gdzie P_n oznacza liczbę wszystkich permutacji zbioru n elementowego.
 - d) Rozwiąż równanie: $C_{x-4}^{x-5} = P_3$.
 - e) Rozwiąż równanie: $\binom{x}{2} - \binom{x}{3} = 0$, gdzie $x \in \{3, 4, \dots\}$.
6. Pan Kowalski założył w swojej firmie zamek z czterocyfrowym kodem. Aby mógł łatwiej zapamiętać, wybrał kod, w którym suma dwóch pierwszych cyfr równa jest 12, a suma dwóch ostatnich cyfr 10. Ile miał możliwości wyboru kodu?
7. a) Ile słów dziesięcioliterowych można utworzyć ze słowa ANALFABETA?
 b) Na ile sposobów można ułożyć na półce 30 książek, spośród których 20 jest mniejszego formatu a 10 większego tak, aby mniejsze i większe książki nie były ze sobą pomieszane?
 c) Do przedziału kolejowego drugiej klasy (dwa rzędy po 4 miejsca) wchodzi 8 osób. Na ile sposobów mogą one zająć miejsca tak, aby ustalone dwie osoby A oraz B siedziały:
 - obok siebie,
 - naprzeciwko siebie.
8. Na jednej prostej dane są 4 różne punkty, na innej prostej równoległej do niej 6 różnych punktów. Ile istnieje
 - a) trójkątów,
 - b) czworokątów,
 których wierzchołkami są dane punkty?
9. a) Na okręgu zaznaczono sześć punktów. Ile różnych wielokątów o wierzchołkach w tych punktach można narysować?
 b) Na ile sposobów można podzielić 10 książek między dwie osoby tak, aby każda z nich miała 5 książek?
 c) Firma cateringowa dostarcza zestawy posiłków. Do wyboru jest 15 dań głównych, 10 napojów i 5 deserów. Planujesz wybrać 3 dania główne, 2 napoje i 2 desery. Na ile sposobów możesz to zrobić?
10. Dany jest zbiór wszystkich cyfr.
 - a) Ile jest liczb trzycyfrowych?
 - b) Ile jest liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach?
 - c) Ile jest liczb trzycyfrowych, w których powtarza się co najmniej jedna cyfra?
11. a) Na pewnej uczelni obowiązuje skala ocen: 2, 3, 4, 5. Egzamin nie jest zdany, gdy otrzymana z niego ocena jest równa 2. Czterech studentów tej uczelni stawilo się na egzamin. Na ile sposobów mogły im być wystawione noty, jeśli wiadomo, że wszyscy zdali egzamin?

b) Każdej z 10 osób przyporządkowujemy:

- dzień tygodnia, w którym się urodziła,
- miesiąc, w którym się urodziła.

Ile różnych wyników możemy otrzymać?

c) Alfabet Morse'a zbudowany jest z dwóch różnych elementów: kreski i kropki. Ile znaków pisarskich można utworzyć z tych elementów, jeśli każdy znak nie może posiadać mniej niż 3 i więcej niż 6 miejsc oznaczonych kropkami lub kreskami.

12. Dziesięć kaset wideo ustawiasz w kolejności na półce. Na ile sposobów możesz to zrobić, jeśli chcesz aby trzy kasety z filmami twojego ulubionego reżysera stały obok siebie?
13. Pięcioosobowa rodzina (rodzice, starsza córka i bliźniaki) ustawiają się do zdjęcia.
 - a) Ile jest możliwych ustawień dla osoby rozróżniającej bliźniaki?
 - b) Ile jest możliwych ustawień zdaniem fotografa, dla którego bliźniaki są identyczne?
14. Przesądna studentka zawsze, kiedy tylko w dniu egzaminu dostawała z szatni numerek z choćby jedną cyfrą 2, prosiła o wymianę na inny bez dwójek. Jaki procent wszystkich 500 numerków w tej szatni stanowiły numerki „nieszczęśliwe” dla tej studentki?