

- a) Wszystkie ściany sześcianu o krawędzi równej 3 dm pomalowano, a następnie sześcian rozcięto na jednakowe sześciany o krawędzi 1 dm. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany sześcian:

 - będzie miał trzy pomalowane ściany,
 - będzie miał tylko jedną pomalowaną ścianę,
 - nie będzie miał żadnej pomalowanej ściany.

b) Zgodnie z najnowszymi badaniami 70% krasnoludków umie czytać, 40% krasnoludków umie pisać, natomiast 30% krasnoludków umie czytać i pisać.

 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany krasnoludek umie pisać ale nie umie czytać?
 - Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany krasnoludek, ani nie umie pisać, ani nie umie czytać.
- W klasie jest trzynaście dziewcząt i trzynastu chłopców. Wychowawca przydzielił uczniom losowo miejsca w trzynastu ławkach dwuosobowych tak, że w każdej ławce siedział po prawej stronie chłopak, a po lewej dziewczynka. Zuzia chciała koniecznie siedzieć z Jackiem. Oblicz prawdopodobieństwo, że marzenie Zuzi się spełni.
- Grupa sześciu chłopców i trzech dziewcząt wybrała się do kina. Ponieważ nie mieli biletów, więc ustawili się w pojedynczej kolejce do kasy, przy czym ustawienie miało charakter losowy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że między dwoma ustalonymi chłopcami stanęły w kolejce wszystkie dziewczęta i tylko one.
- a) Drużyna siatkówki składa się z sześciu zawodników. Do kontroli antydopingowej wybiera się dwóch zawodników. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kontroli poddany zostanie kapitan drużyny?

b) Wśród 12 żarówek 4 są wadliwe. Wybrano losowo 3 żarówki. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że co najmniej jedna z nich jest dobra?

c) Z 5 prętów, których długości są odpowiednio równe 1, 2, 3, 4, 5 jednostek długości, wybieramy losowo trzy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że można z nich zbudować trójkąt prostokątny.
- Z szuflady, w której znajdują się dwa batony Marsowe, trzy batony Słoneczne i pięć batonów Nieziemskich, mama na chybił trafił wyciąga trzy razy po jednym batonie i obdziela nimi po kolei Basię, Krzysia i Zosię. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że każde dziecko otrzyma baton innego rodzaju?
- Na dwóch prostych równoległych obrano 9 punktów: na jednej z nich 4 punkty a na drugiej 5 punktów. Ze zbioru tych punktów losujemy jednocześnie trzy punkty. Oblicz prawdopodobieństwo, że są one wierzchołkami pewnego trójkąta.
- a) W sposób losowy z wierzchołków sześcianu wybieramy dwa. Oblicz prawdopodobieństwo, że wyznaczony w ten sposób odcinek będzie krótszy od przekątnej sześcianu.

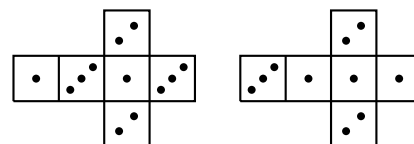
b) Spośród wszystkich ścian ostrosłupa sześciokątnego wybieramy losowo trzy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wybranych ścian znajdzie się podstawa tego wielościanu?
- Ze zbioru $\{1, \dots, 11\}$ losujemy jednocześnie trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej jednej liczby parzystej.
- Ze zbioru cyfr $\{1, 2, 3, 5, 7\}$ układamy wszystkie możliwe liczby 3-cyfrowe o różnych cyfrach. Z liczb tych wybieramy losowo jedną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona wielokrotnością liczby 65?
- Ze zbioru cyfr $\{1, 4, 5, 9\}$ wybieramy trzy razy kolejno po jednej cyfrze bez zwracania i tworzymy z niej liczbę trzycyfrową rozpoczynając od setek. Oblicz prawdopodobieństwo, że uzyskana w ten sposób liczba będzie:
 - parzysta,
 - większa od 333,
 - podzielna przez 9.
- W pewnej grze rzuca się trzema kostkami i oblicza sumę oczek. Krupier twierdzi, że nie ma znaczenia, czy postawimy na sumę oczek równą 10 czy 9, ponieważ każdą z nich można uzyskać na 6 sposobów.
 $9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 2 + 3 + 4 = 3 + 3 + 3,$
 $10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 4 + 4 = 3 + 2 + 5 = 2 + 2 + 6 = 3 + 3 + 4.$
Czy krupier ma rację? Odpowiedź uzasadnij.
- Z talii 52 kart losujemy jedną kartę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania asa lub karty koloru czarnego.

13. Krzys z rzuca dwa razy symetryczną kostką do gry i oblicza iloczyn wyrzuconych oczek. Jeśli iloczyn oczek należy do przedziału $\langle 12, 16 \rangle$, to Krzys wygrywa. W pozostałych przypadkach przegrywa.
 a) Uzupełnij tabelę tak, aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki.

I / II	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4		
2	2	4	6			
3	3	6				
4	4	8				
5						
6						

b) Podaj liczbę wyników sprzyjających wygranej Krzysia i oblicz prawdopodobieństwo wygranej.

14. Mamy dwie jednorodnie kostki sześciennie, których siatki przedstawione są na rysunku. Rzucamy jednocześnie dwiema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo, że:



- a) iloczyn oczek będzie równy 9,
 b) na obu kostkach uzyskamy tę samą liczbę oczek,
 c) suma oczek nie przekroczy liczby 3.

15. Pewne przedsiębiorstwo ma trzy miejskie numery telefoniczne. Prawdopodobieństwo, iż w danej chwili korzysta się z danego numeru telefonu wynosi $\frac{3}{5}$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
 a) co najmniej jeden numer jest wolny,
 b) dokładnie dwa numery są wolne.

16. a) Dwaj strzelcy równocześnie strzelają jeden raz do tarczy. Jeden z nich trafia zwykle do celu 7 razy na 10 strzałów, a drugi trafia 8 razy na 10 strzałów. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przynajmniej jeden z nich trafi do celu?
 b) Strzelec trafia do tarczy z prawdopodobieństwem 0,9. Na każde 10 strzałów trafiających w tarczę dwa trafiają w „dziesiątkę”. Oblicz prawdopodobieństwo, że strzelając jeden raz strzelec trafi w „dziesiątkę”.

17. W każdym z trzech pojemników znajduje się po 10 losów, przy czym w pierwszym są 4 losy wygrywające, w drugim 5 wygrywających, a w trzecim 8. Sprawdź, przy którym z następujących wariantów losowania
 a) I - losujemy pojemnik, a z niego 3 losy,
 b) II - losujemy z każdego pojemnika po jednym losie,
 prawdopodobieństwo wylosowania trzech losów wygrywających jest większe.

18. W pudełku znajdują się żetony. Wśród nich jest 6 żetonów o nominale 5 zł oraz n żetonów o nominale 10 zł. Losujemy z pudełka dwa żetony. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wylosowaniu obu żetonów o nominale 10 zł jest równe $\frac{1}{2}$. Oblicz n .

19. Nauczycielka wf sporządziła zestawienie dotyczące wzrostu (w zokrągleniu do 2 cm) i wagi (w zaokrągleniu do 2 kg) wszystkich dziewcząt klas pierwszych szkoły ponadgimnazjalnej.

168			1	2	3	2	
164			1	4	10	1	
162		1	3	15	6	1	
160	1	8	7	11	12		
158	1	2	6	4	8		
Wzrost [cm]	46	48	50	53	54	58	Waga [kg]

Określamy zdarzenia:

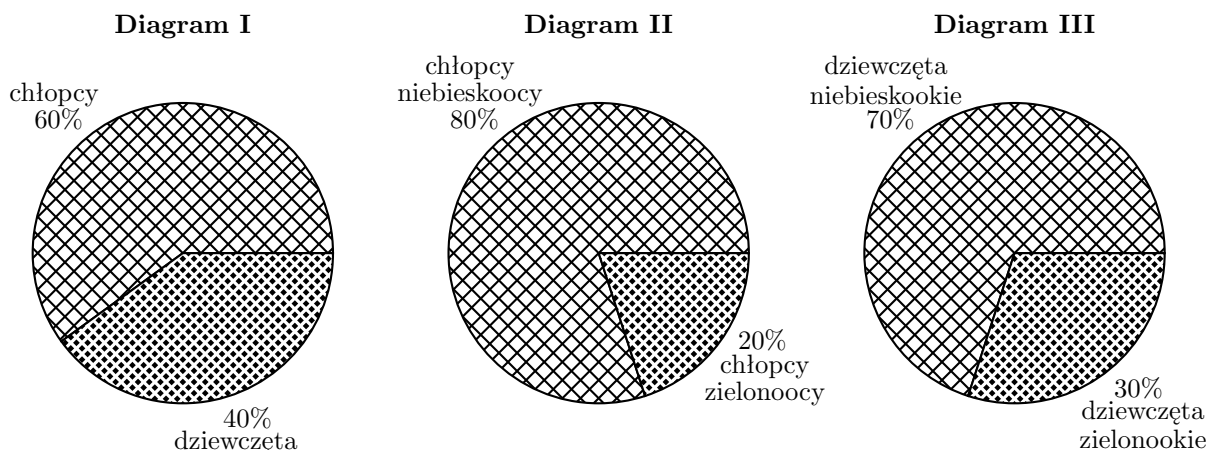
A - losowo spotkana uczennica klasy pierwszej będzie miała co najmniej 162 cm wzrostu,

B - losowo spotkana uczennica klasy pierwszej będzie ważyła co najwyżej 50 kg.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń: $A \cap B$, $A' \cap B$ i $A \cap B'$.

20. (R) Z talii 52 kart 5 razy losujemy jedną kartę i po każdym losowaniu zwracamy ją do talii i tasujemy. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że uda nam się w ten sposób trzykrotnie wylosować króla?

21. (R) W pewnej grupie młodzieży dane dotyczące płci oraz koloru oczu ilustrują diagramy: I, II i III.



Wybrano losowo jedną osobę z tej grupy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ma ona zielone oczy?

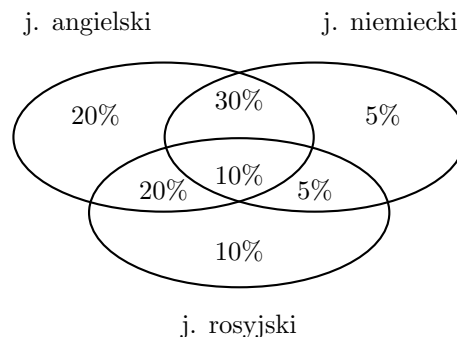
22. (R) Tabela przedstawia liczbę uczniów wszystkich klas III pewnego liceum.

Klasa	Liczba wszystkich uczniów	Liczba chłopców
III a	30	10
III b	32	24
III c	25	15
III d	27	18

Spośród wszystkich klas trzecich wybieramy losowo jedną klasę, a następnie z tej klasy jednego ucznia. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybranym uczniem będzie dziewczyna.

23. (R) W szkatułce znajduje się 5 koralików i 1 perła.
 a) Losujemy ze szkatułki dwa przedmioty. Czy wylosowanie perły jest bardziej prawdopodobne od jej niewylosowania?
 b) Losujemy ze szkatułki trzy przedmioty. Czy wylosowanie wtedy perły jest bardziej prawdopodobne od jej niewylosowania?
24. (R) W urnie jest 6 kul, w tym 5 białych i jedna czarna. Adam i Jarek losują bez zwracania po jednej kuli. Przegrywa ten, kto pierwszy wyciągnie kulę czarną. Czy prawdopodobieństwo przegranej jest większe dla tego chłopca który rozpoczyna losowanie? Narysuj drzewo dotyczące tego modelu probabilistycznego i uzasadnij swoją odpowiedź.

25. (R) Wśród 100 losowo wybranych uczniów przeprowadzono ankietę. Zadano pytanie „których języków spośród angielskiego, niemieckiego, rosyjskiego uczyłeś się co najmniej przez 2 lata? Procentowe wyniki ankiety przedstawiono na diagramie. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że osoba wybrana losowo spośród osób ankietowanych uczyła się języka angielskiego, N - uczyła się języka niemieckiego i R - języka rosyjskiego. Czy niezależne są zdarzenia:
 a) A i N ,
 b) A i R .



26. (R) Ze zbioru liczb $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy kolejno dwie liczby bez zwracania. Sprawdź niezależność zdarzeń:
 A - suma wylosowanych liczb jest większa od 8,
 B - za pierwszym razem wylosujemy liczbę nieparzystą.

27. (R) Dane są prawdopodobieństwa warunkowe P : $P(A \setminus B) = \frac{2}{5}$, $P(A \setminus B') = \frac{1}{2}$ oraz $P(B) = \frac{1}{3}$. Oblicz $P(A)$ i $P(A \cap B)$.
28. (R) W urnie znajdują się kule białe i czarne, razem jest ich 10. Losujemy bez zwracania dwie kule. Prawdopodobieństwo wylosowania za drugim razem kuli białej, pod warunkiem że za pierwszym razem wylosujemy kulę czarną, jest równe $\frac{2}{3}$. Ile kul białych jest w urnie?
29. (R) Michał i Jarek grają w następującą grę. Każdy z nich rzuca raz swoją kostką. Jeżeli suma oczek na obu kostkach jest większa od 3 i mniejsza od 8, to wygrywa Michał, w przeciwnym wypadku wygrywa Jarek. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
- wygra Michał,
 - wygra Michał, pod warunkiem że Jarek wyrzucił 5.
30. (R) Wśród 300 zdających egzamin na informatykę było 200 absolwentów, którzy zdali matematykę na maturze na poziomie rozszerzonym, 75 na poziomie podstawowym i 25, którzy nie zdawali matematyki na maturze. Prawdopodobieństwo zdania egzaminu przez absolwenta jest następujące: dla tego, który zdał maturę na poziomie rozszerzonym równa się 0,9, na poziomie podstawowym 0,25, a dla tego, który nie zdawał matematyki na maturze równa się 0,1.
- Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany kandydat wśród 300 zdających, zdał pomyślnie egzamin.
 - Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany kandydat zdał maturę z matematyki na poziomie rozszerzonym, jeśli wiadomo, że zdał on egzamin wstępny.
31. (R) W szpitalu na oddziale wewnętrznym przebywa rocznie średnio 2000 chorych. Wśród leczonych było 800 cierpiących na chorobę K_1 , 600 na chorobę K_2 , 400 na chorobę K_3 i 200 na chorobę K_4 . Prawdopodobieństwo pełnego wyleczenia z chorób wynosi 0,9, 0,8, 0,7 i 0,5. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- losowo wybrany pacjent jest całkowicie wyleczony,
 - wypisany pacjent jest całkowicie wyleczony. Jakie jest prawdopodobieństwo, że cierpiał na chorobę K_2 ?
32. (R) Pewna firma ma cztery różne numery telefonów. Prawdopodobieństwo tego, że pojedynczy numer będzie w danej chwili zajęty jest równe $\frac{2}{3}$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
- co najmniej jeden numer będzie wolny,
 - dokładnie trzy numery będą wolne.
33. (R) Karol gra w szachy z siostrą. Oboje są równorzędnymi partnerami. Czy bardziej prawdopodobne jest, że Karol wygra pięć z siedmiu rozegranych partii, czy sześć partii z ośmiu?
34. (R) Prawdopodobieństwo trafienia do tarczy w pojedynczym strzale przez pewnego biathlonistę wynosi 0,8. Biathlonista oddaje serię 5 strzałów. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- tarcza zostanie trafiona dokładnie cztery razy,
 - tarcza zostanie trafiona co najmniej jeden raz.
35. (R) Prawdopodobieństwo, że w danym dniu „świeci słońce” w miejscowości M wynosi $\frac{5}{6}$. Przyjeżdżamy na 14 dniowy urlop do M. Jakie jest prawdopodobieństwo, że „słońce będziemy mieli” dokładnie przez 10 dni.
36. (R) Krótki łańcuch choinkowy składa się z dwudziestu żarówek. Dla każdej z żarówek prawdopodobieństwo, że będzie działać przez co najmniej 300 godzin jest równe 0,9.
- Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w krótkim łańcuchu w ciągu 300 godzin przepali się co najwyżej jedna żarówka. W obliczeniach możesz przyjąć, że $(0,9)^{19} \approx 0,14$.
 - W skrzyni jest 6 łańcuchów krótkich i 4 łańcuchy długie. Do dekoracji choinki użyto cztery losowo wybrane łańcuchy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że do dekoracji użyto dwóch łańcuchów krótkich i dwóch łańcuchów długich.