

1. Dziesięć kaset wideo ustawiasz w kolejności na półce. Na ile sposobów możesz to zrobić, jeśli chcesz aby trzy kasety z filmami twojego ulubionego reżysera stały obok siebie?
2. Pięćosobowa rodzina (rodzice, starsza córka i bliźniaki) ustawiają się do zdjęcia.
 - a) Ile jest możliwych ustawień dla osoby rozróżniającej bliźniaki?
 - b) Ile jest możliwych ustawień zdaniem fotografa, dla którego bliźniaki są identyczne?
3. Dany jest zbiór wszystkich cyfr.
 - a) Ile jest liczb trzycyfrowych?
 - b) Ile jest liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach?
 - c) Ile jest liczb trzycyfrowych, w których powtarza się co najmniej jedna cyfra?
4.
 - a) Na pewnej uczelni obowiązuje skala ocen: 2, 3, 4, 5. Egzamin nie jest zdany, gdy otrzymana z niego ocena jest równa 2. Czterech studentów tej uczelni stawilo się na egzamin. Na ile sposobów mogą im być wystawione noty, jeśli wiadomo, że wszyscy zdali egzamin?
 - b) Każdej z 10 osób przyporządkowujemy:
 - dzień tygodnia, w którym się urodziła,
 - miesiąc, w którym się urodziła.
 Ile różnych wyników możemy otrzymać?
 - c) Alfabet Morse'a zbudowany jest z dwóch różnych elementów: kreski i kropki. Ile znaków pisarskich można utworzyć z tych elementów, jeśli każdy znak nie może posiadać mniej niż 3 i więcej niż 6 miejsc oznaczonych kropkami lub kreskami.
5. Przesądna studentka zawsze, kiedy tylko w dniu egzaminu dostawała z szatni numerki z choćby jedną cyfrą 2, prosiła o wymianę na inny bez dwójek. Jaki procent wszystkich 500 numerków w tej szatni stanowiły numerki „nieszczęśliwe” dla tej studentki?
6. Pan Kowalski założył w swojej firmie zamek z czterocyfrowym kodem. Aby mógł łatwiej zapamiętać, wybrał kod, w którym suma dwóch pierwszych cyfr równa jest 12, a suma dwóch ostatnich cyfr 10. Ile miał możliwości wyboru kodu?
7.
 - a) Ile słów dziesięcioliterowych można utworzyć ze słowa ANALFABETA?
 - b) Na ile sposobów można ułożyć na półce 30 książek, spośród których 20 jest mniejszego formatu a 10 większego tak, aby mniejsze i większe książki nie były ze sobą pomieszane?
 - c) Do przedziału kolejowego drugiej klasy (dwa rzędy po 4 miejsca) wchodzi 8 osób. Na ile sposobów mogą one zająć miejsca tak, aby ustalone dwie osoby A oraz B siedziały:
 - obok siebie,
 - naprzeciwko siebie.
8. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.
 - a) W kolejce do kasy biletowej ustawiły się cztery dziewczynki i pięciu chłopców. Liczba wszystkich możliwych ustawień osób w tej kolejce wynosi
 (A) $4! + 5!$. (B) $9!$. (C) $4 \cdot 5$. (D) $4! \cdot 5!$.
 - b) Liczb naturalnych o różnych cyfrach większych od 30000 utworzonych z cyfr 1, 2, 3, 4, 5 jest
 (A) 120 (B) 48 (C) 72 (D) 240
 - c) 20 arbiturientów zda egzamin dojrzałości z matematyki. Żaden ze zdających nie otrzymał oceny niedostatecznej. Na ile sposobów zdający mogą mieć wystawione oceny, jeżeli obowiązuje następująca skala ocen: niedostateczny, dopuszczający, dostateczny, dobry, bardzo dobry, celujący?
 (A) $5!$ (B) 20^5 (C) 5^{20} (D) $\binom{20}{5}$
 - d) W turnieju szachowym, w którym każdy szachista gra z każdym, rozegrano 190 spotkań. Ilu zawodników brało udział w turnieju?
 (A) 95 (B) 20 (C) 80 (D) 45

e) Liczb pięciocyfrowych, w których zapisie pierwsza i ostatnia cyfra są takie same, jest:
 (A) 10^4 , (B) $9 \cdot 10^3$, (C) więcej niż wszystkich liczb czterocyfrowych.

9. (R) Dana jest liczba $a = \binom{15}{12}$.
- Sprawdź, czy liczba a dzieli się przez 5.
 - Sprawdź, czy liczba 2 jest dzielnikiem liczby a .
 - Wyznacz liczbę wszystkich dzielników naturalnych liczby a .
10. (R) a) Oblicz n , gdy $\binom{n}{4} = 35$.
- Różnica między $\binom{n}{2}$ a $\binom{n}{1}$ wynosi 5. Oblicz n .
 - Rozwiąż równanie: $20P_{n-2} = P_n$, gdzie P_n oznacza liczbę wszystkich permutacji zbioru n elementowego.
 - Rozwiąż równanie: $C_{x-4}^{x-5} = P_3$.
 - Rozwiąż równanie: $\binom{x}{2} - \binom{x}{3} = 0$, gdzie $x \in \{3, 4, \dots\}$.
11. (R) Na jednej prostej dane są 4 różne punkty, na innej prostej równoległej do niej 6 różnych punktów. Ile istnieje
- trójkątów,
 - czworokątów,
- których wierzchołkami są dane punkty?
12. (R) a) Na okręgu zaznaczono sześć punktów. Ile różnych wielokątów o wierzchołkach w tych punktach można narysować?
- Na ile sposobów można podzielić 10 książek między dwie osoby tak, aby każda z nich miała 5 książek?
 - Firma cateringowa dostarcza zestawy posiłków. Do wyboru jest 15 dań głównych, 10 napojów i 5 deserów. Planujesz wybrać 3 dania główne, 2 napoje i 2 desery. Na ile sposobów możesz to zrobić?
13. (R) Oznaczmy przez P_{13} liczbę wszystkich uporządkowań zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 13\}$. Sprawdź, czy P_{13} dzieli się przez:
- 11
 - 17
 - $12!$
14. (R) Oblicz:
- $(\sqrt{2} + 1)^4$
 - $(1 - \sqrt{3})^5$
 - $(p + \sqrt{p})^3$
 - Wykonano potęgowanie dwumianu $(x^2 + \frac{1}{x})^9$ i uporządkowano jego składniki. Oblicz współczynnik stojący przy x^3 .