

- Każdej karcie bankomatowej jest przypisany numer identyfikacyjny zwany kodem PIN. Kod ten składa się z czterech cyfr (cyfry mogą się powtarzać, ale kodem PIN nie może być 0000). Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo utworzonym kodzie PIN żadna cyfra się nie powtórzy. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.
- Nauczycielka wf sporządziła zestawienie dotyczące wzrostu (w zaokrągleniu do 2 cm) i wagi (w zaokrągleniu do 2 kg) wszystkich dziewcząt klas pierwszych szkoły ponadgimnazjalnej.

168		1	2	3	2		
164		1	4	10	1		
162		1	3	15	6	1	
160	1	8	7	11	12		
158	1	2	6	4	8		
Wzrost [cm]	46	48	50	53	54	58	Waga [kg]

Określamy zdarzenia:

A - losowo spotkana uczennica klasy pierwszej będzie miała co najmniej 162 cm wzrostu,

B - losowo spotkana uczennica klasy pierwszej będzie ważyła co najwyżej 50 kg.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń: $A \cap B$, $A' \cap B$ i $A \cap B'$.

- Krzyś rzuca dwa razy symetryczną kostką do gry i oblicza iloczyn wyrzuconych oczek. Jeśli iloczyn oczek należy do przedziału $\langle 12, 16 \rangle$, to Krzyś wygrywa. W pozostałych przypadkach przegrywa.
 - Uzupełnij tabelę tak, aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki.

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4		
2	2	4	6			
3	3	6				
4	4	8				
5						
6						

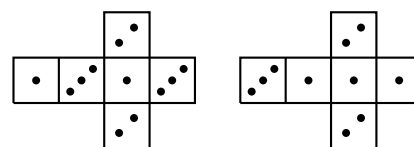
b) Podaj liczbę wyników sprzyjających wygranej Krzysia i oblicz prawdopodobieństwo wygranej.

- Rzucamy dwa razy symetryczną, sześcienną kostką do gry i zapisujemy sumę liczb wyrzuconych oczek.
 - Uzupełnij tabelę, tak aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia.
 - Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na tym, że suma liczb oczek jest liczbą nieparzystą.
 - Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia B, polegającego na tym, że reszta z dzielenia sumy liczby oczek przez 3 jest równa 2.

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	2					
2						
3		5				
4				9		
5						
6						

- Mamy dwie jednorodne kostki sześcienne, których siatki przedstawione są na rysunku.

Rzucamy jednocześnie dwiema kostkami. Oblicz prawdopodobieństwo, że:



- iloczyn oczek będzie równy 9,
- na obu kostkach uzyskamy tę samą liczbę oczek,
- suma oczek nie przekroczy liczby 3.

- W pewnej grze rzuca się trzema kostkami i oblicza sumę oczek. Krupier twierdzi, że nie ma znaczenia, czy postawimy na sumę oczek równą 10 czy 9, ponieważ każdą z nich można uzyskać na 6 sposobów.

$9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 2 + 3 + 4 = 3 + 3 + 3,$
 $10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 4 + 4 = 3 + 2 + 5 = 2 + 2 + 6 = 3 + 3 + 4.$
 Czy krupier ma rację? Odpowiedź uzasadnij.

7. W pudełku są trzy kule białe i pięć kul czarnych. Do pudełka można albo dołożyć jedną kulę białą albo usunąć z niego jedną kulę czarną, a następnie wylosować z tego pudełka jedną kulę. W którym z tych przypadków wylosowanie kuli białej jest bardziej prawdopodobne? Wykonaj odpowiednie obliczenia.
8. Ze zbioru cyfr $\{1, 2, 3, 5, 7\}$ układamy wszystkie możliwe liczby 3-cyfrowe o różnych cyfrach. Z liczb tych wybieramy losowo jedną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie ona wielokrotnością liczby 65?
9. a) Wszystkie ściany sześcianu o krawędzi równej 3 dm pomalowano, a następnie sześcian rozcięto na jednakowe sześciany o krawędzi 1 dm. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany sześcian:
 - będzie miał trzy pomalowane ściany,
 - będzie miał tylko jedną pomalowaną ścianę,
 - nie będzie miał żadnej pomalowanej ściany.
 b) Zgodnie z najnowszymi badaniami 70% krasnoludków umie czytać, 40% krasnoludków umie pisać, natomiast 30% krasnoludków umie czytać i pisać.
 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany krasnoludek umie pisać ale nie umie czytać?
 - Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany krasnoludek, ani nie umie pisać, ani nie umie czytać.
10. Dany jest sześcian o wierzchołkach $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ i krawędzi długości 1. Wybieramy losowo dwa wierzchołki tego sześcianu. Wyznaczają one odcinek, którego są końcami. Niech A oznacza zdarzenie, że losowo wybrane wierzchołki wyznaczyły odcinek długości 1, natomiast B - zdarzenie, że losowo wybrane wierzchołki wyznaczyły odcinek długości $\sqrt{2}$. Oblicz i porównaj prawdopodobieństwo zdarzeń A i B .
11. Spośród liczb: 0, 1, 2, 3, 4, ..., 1000 wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba ta jest podzielna przez 4 lub 5.
12. Grupa szachistów zorganizowała rozgrywki, w których każdy zawodnik z każdym innym zawodnikiem miał rozegrać jedną partię. Postanowiono rozgrywać po 5 partii dziennie. Rozgrywki trwały 9 dni. Ilu szachistów uczestniczyło w tych rozgrywkach?
13. W loterii są 44 losy przegrywające, pozostałe losy wygrywają. Ile jest wszystkich losów, jeśli prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego wynosi $\frac{1}{5}$?
14. Spośród liczb: $-9, -7, -5, -3, -1, 0, 2, 4, 6, 8$ losujemy dwie różne liczby a i b , a następnie zapisujemy ich iloczyn $a \cdot b$. Oblicz i porównaj prawdopodobieństwa zdarzeń A i B , jeśli: A oznacza zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą nieujemną; B - zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą niedodatnią.
15. Strzelając do tarczy pewien strzelec uzyskuje co najmniej 9 punktów z prawdopodobieństwem 0,5, a co najwyżej 9 punktów z prawdopodobieństwem 0,7. Oblicz prawdopodobieństwo, że ten strzelec uzyska dokładnie 9 punktów.
16. O zdarzeniach losowych A i B wiemy że: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$. Oblicz:
 - a) $P(A \cap B)$,
 - b) $P(A \setminus B)$.
17. Co czwarta kula znajdująca się w urnie to kula biała, pozostałe mają kolor czarny lub niebieski. Losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo wylosowania z urny kuli niebieskiej lub białej jest dwukrotnie mniejsze niż prawdopodobieństwo wylosowania kuli niebieskiej lub czarnej. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej.
18. Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry i określamy zdarzenia: A - wyrzucono dwa razy tę samą liczbę oczek, B - suma wyrzuconych oczek jest większa od 7. Oblicz prawdopodobieństwo sumy tych zdarzeń.
19. Niech A, B będą zdarzeniami zawartymi w przestrzeni Ω . Wiedząc, że $P(A) = 0,62$, $P(B) = 0,8$ i $P(A \cup B) = 0,5$, oblicz $P(A \cap B)$ i $P(A \setminus B)$.
20. Trzy zdarzenia: A, B, C zawarte w przestrzeni Ω są parami rozłączne i $A \cup B \cup C = \Omega$. Wiedząc, że $P(A) = 2P(B) = 3P(C)$, oblicz $P(A)$.

21. W sklepie z zabawkami stoi pudło z trzydziestoma maskotkami: misiami i pieskami. Niektóre z nich zostały wyprodukowane w Chinach. Losowo wybieramy jedną maskotkę. Prawdopodobieństwa wylosowania:
- maskotki chińskiej jest równe 0,7;
 - misia jest równe 0,8;
 - maskotki chińskiej lub misia jest równe 0,9.
- Ile jest w pudle misiów produkcji chińskiej, a ile piesków produkcji chińskiej?
22. W urnie znajdują się kule z kolejnymi liczbami 10, 11, 12, 13, ..., 50, przy czym kul z liczbą 10 jest 10, kul z liczbą 11 jest 11 itd., a kul z liczbą 50 jest 50. Z urny tej losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosujemy kulę z liczbą parzystą.
23. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.

a) Wiadomo, że $A, B \subset \Omega$ i $P(A) = 0$, $P(B) = 1$, to

- (A) Zdarzenie B jest niemożliwe (B) $A \cap B = \emptyset$ (C) Zdarzenie A jest pewne (D) $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

b) W worku znajdują się kule białe i niebieskie w stosunku 4 : 3. Losujesz na chybił trafił kulę. Jaką masz szansę wylosowania kuli niebieskiej?

- (A) $\frac{9}{21}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{12}$

c) W pudełku jest 10 lizaków: 6 malinowych i 4 truskawkowe. Dziecko wyjmuje 4 lizaki. Prawdopodobieństwo tego, że wśród nich:

- (A) nie ma lizaków truskawkowych, jest równe $\frac{1}{14}$
 (B) są tylko lizaki truskawkowe, jest równe $\frac{13}{14}$

(C) są 3 lizaki malinowe i 1 truskawkowy, jest równe $\frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{10}{4}}$

d) W urnie są kule o numerach 1, 2, 3, 4, 5. Losujemy bez zwracania trzy kule. Numery wylosowanych kul zapisane w kolejności losowania tworzą liczbę trzycyfrową. Prawdopodobieństwo tego, że jest to liczba podzielna przez:

- (A) 2 jest równe $\frac{2}{5}$ (B) 4 jest równe $\frac{1}{5}$ (C) 5 jest równe $\frac{1}{5}$

e) W celu przetestowania działania leku poddano badaniu dwie grupy pacjentów chorujących na pewną chorobę. W I grupie podawano lek, a w II zamiast leku podawano środek neutralny. W tabeli podano otrzymane wyniki.

Grupa	Liczba pacjentów	
	Poprawa	Brak poprawy
I	16	4
II	1	9

Prawdopodobieństwo tego, że u losowo wybranego pacjenta:

- (A) z I grupy nastąpiła poprawa, jest równe 0,8
 (B) z II grupy nastąpiła poprawa, jest równe 0,1
 (C) nastąpiła poprawa, jest równe 0,9

f) Niech $A, B \subset \Omega$. Mamy dane $P(A) = 0,6$, $P(B') = 0,3$ i $P(A \cap B) = 0,4$. Wówczas:

- (A) $P(B \setminus A) = 0,1$
 (B) $P(A \cup B) = 0,9$
 (C) $P(A \cap B') = 0,2$

24. (R) W wycieczce szkolnej bierze udział 16 uczniów, wśród których tylko czworo zna okolicę. Wychowawca chce wybrać w sposób losowy 3 osoby, które mają pójść do sklepu. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wybranych trzech osób będą dokładnie dwie znające okolicę.

25. (R) Z szuflady, w której znajdują się dwa batony Marsowe, trzy batony Słoneczne i pięć batonów Nieziemskich, mama na chybił trafił wyciąga trzy razy po jednym batonie i obdziela nimi po kolei Basię, Krzysia i Zosię. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że każde dziecko otrzyma baton innego rodzaju?
26. (R) Na stole leżało 14 banknotów: 2 banknoty o nominale 100 zł, 2 banknoty o nominale 50 zł i 10 banknotów o nominale 20 zł. Wiatr zdmuchnął na podłogę 5 banknotów. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że na podłodze leży dokładnie 130 zł. Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego.
27. (R) a) Drużyna siatkówki składa się z sześciu zawodników. Do kontroli antydopingowej wybiera się dwóch zawodników. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kontroli poddany zostanie kapitan drużyny?
b) Wśród 12 żarówek 4 są wadliwe. Wybrano losowo 3 żarówki. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że co najmniej jedna z nich jest dobra?
c) Z 5 prętów, których długości są odpowiednio równe 1, 2, 3, 4, 5 jednostek długości, wybieramy losowo trzy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że można z nich zbudować trójkąt prostokątny.
28. (R) Ze zbioru $X = \{x : x \in \mathbb{C} \wedge |x+4| \leq 2\}$ losujemy dwa razy (bez zwracania) po jednej liczbie. Oznaczamy te liczby w kolejności losowania, a oraz b . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A - para liczb (a, b) jest rozwiązaniem nierówności $x - y - 2 < 0$.
29. (R) Na dwóch prostych równoległych obrano 9 punktów: na jednej z nich 4 punkty a na drugiej 5 punktów. Ze zbioru tych punktów losujemy jednocześnie trzy punkty. Oblicz prawdopodobieństwo, że są one wierzchołkami pewnego trójkąta.
30. (R) Z szuflady, w której znajduje się 10 różnych par rękawiczek wybieramy losowo cztery rękawiczki. Opisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych, a następnie oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:
A - wśród wylosowanych rękawiczek nie będzie pary,
B - wśród wylosowanych rękawiczek będzie dokładnie jedna para.
31. (R) Dany jest zbiór $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$. Ze zbioru X losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że pierwsza z wylosowanych liczb jest większa od drugiej.
32. (R) Wielokąt wypukły ma n wierzchołków ($n \geq 3$ i $n \in \mathbb{N}_+$), wśród których losujemy jednocześnie dwa. Wyznacz n wiedząc, że prawdopodobieństwo wylosowania wierzchołków wyznaczających przekątną tego wielokąta jest mniejsze od $\frac{4}{5}$.
33. (R) Wzór funkcji $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ tworzymy w następujący sposób.
Ze zbioru $Z = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ losujemy kolejno trzy liczby (bez zwracania); pierwsza z wylosowanych liczb jest równa współczynnikowi a , druga - współczynnikowi b , trzecia - współczynnikowi c . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:
A - funkcja f jest funkcją malejącą w każdym ze zbiorów $(-\infty, 2)$ oraz $(2, +\infty)$;
B - miejscem zerowym funkcji f jest liczba 0.
34. (R) Do szkolnych zawodów szachowych zgłosiło się 16 uczniów, wśród których było dwóch faworytów. Organizatorzy zawodów zamierzają losowo podzielić szachistów na dwie jednakowo liczne grupy eliminacyjne, Niebieską i Żółtą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że faworyci tych zawodów nie znajdą się w tej samej grupie eliminacyjnej. Końcowy wynik obliczeń zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.
35. (R) Uczniowie dojeżdżający do szkoły zaobserwowali, że spóźnienie autobusu zależy od tego, który z trzech kierowców prowadzi autobus. Przeprowadzili badania statystyczne i obliczyli, że w przypadku, gdy autobus prowadzi kierowca A , spóźnienie zdarza się w 5% jego kursów, gdy prowadzi kierowca B w 20% jego kursów, a gdy prowadzi kierowca C w 50% jego kursów. W ciągu 5-dniowego tygodnia nauki dwa razy prowadzi autobus kierowca A , dwa razy kierowca B i jeden raz kierowca C . Oblicz prawdopodobieństwo spóźnienia się szkolnego autobusu w losowo wybrany dzień nauki.
36. (R) Pewne przedsiębiorstwo ma trzy miejskie numery telefoniczne. Prawdopodobieństwo, iż w danej chwili korzysta się z danego numeru telefonu wynosi $\frac{3}{5}$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
a) co najmniej jeden numer jest wolny,
b) dokładnie dwa numery są wolne.

37. (R) a) Dwaj strzelcy równocześnie strzelają jeden raz do tarczy. Jeden z nich trafia zwykle do celu 7 razy na 10 strzałów, a drugi trafia 8 razy na 10 strzałów. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że przynajmniej jeden z nich trafi do celu?
 b) Strzelec trafia do tarczy z prawdopodobieństwem 0,9. Na każde 10 strzałów trafiających w tarczę dwa trafiają w dziesiątkę. Oblicz prawdopodobieństwo, że strzelając jeden raz strzelec trafi w „dziesiątkę”.

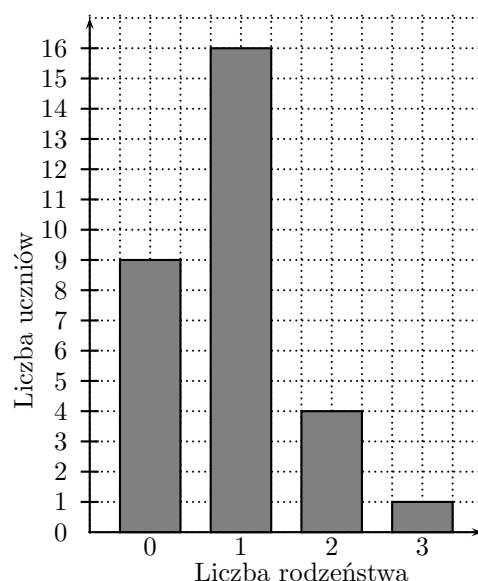
38. (R) Tabela przedstawia liczbę uczniów wszystkich klas III pewnego liceum.

Klasa	Liczba wszystkich uczniów	Liczba chłopców
III a	30	10
III b	32	24
III c	25	15
III d	27	18

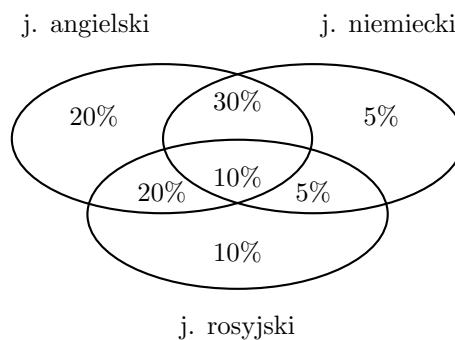
Spośród wszystkich klas trzecich wybieramy losowo jedną klasę, a następnie z tej klasy jednego ucznia. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybranym uczniem będzie dziewczyna.

39. (R) W urnie znajduje się n kul czarnych i $2n$ kul białych ($n \geq 2$ i $n \in \mathbb{N}$). Losujemy jednocześnie dwie kule. Dla jakich n prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul tego samego koloru jest większe od prawdopodobieństwa wylosowania dwóch kul różnych kolorów?
40. (R) Losujemy jedną liczbę spośród liczb: 1, 2, 3, ..., 1000. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 lub przez 9.
41. (R) Wiadomo, że $P(A \cap B') = P(B \cap A')$, $P(A \cup B) = 0,75$, $P(A \cap B) = 0,25$. Oblicz: $P(B)$, $P(A \setminus B)$.
42. (R) Dane są dwa takie zdarzenia $A, B \subset \Omega$, że $P(B) \leq \frac{1}{3}$ i $P(A \cap B) \geq \frac{1}{10}$. Czy może zachodzić równość $P(B \setminus A) = \frac{4}{15}$? Odpowiedź uzasadnij.
43. (R) Wykaż, że jeśli A, B są dowolnymi zdarzeniami przestrzeni Ω , to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
44. (R) Ze zbioru liczb $\{1, 2, \dots, 2n+5\}$ wybieramy jednocześnie dwie liczby. Na ile sposobów możemy to zrobić, tak aby otrzymać dwie liczby takie, że:
 a) ich różnica będzie liczbą parzystą,
 b) suma ich kwadratów będzie liczbą podzielną przez cztery?
45. (R) Rzucamy trzykrotnie symetryczną kostką sześcienną do gry. Oblicz prawdopodobieństwa następujących zdarzeń:
 A - na każdej kostce wypadnie nieparzysta liczba oczek
 B - suma kwadratów liczb wyrzuconych oczek będzie podzielna przez 3.
46. (R) Niech $A, B \subset \Omega$ będą zdarzeniami losowymi, takimi że $P(A) = \frac{5}{12}$ oraz $P(B) = \frac{7}{11}$. Zbadaj, czy zdarzenia A i B są rozłączne.

47. (R) W pewnym liceum, wśród uczniów 30-osobowej klasy (każdy uczeń pochodzi z innej rodziny), zebrano dane na temat posiadanego rodzeństwa. Wyniki badań przedstawiono na diagramie.
 a) Wychowawczyni wybrała losowo 3 osoby z tej klasy. Oblicz prawdopodobieństwo, że jedna z nich ma dwoje rodzeństwa, a dwie pozostałe są jedynakami. Wynik zaokrąglij do dwóch miejsc po przecinku.
 b) Oblicz średnią, odchylenie standardowe i medianę liczby dzieci w jednej badanej rodzinie.



48. (RR) Wśród 300 zdających egzamin na informatykę było 200 absolwentów, którzy zdali matematykę na maturze na poziomie rozszerzonym, 75 na poziomie podstawowym i 25, którzy nie zdawali matematyki na maturze. Prawdopodobieństwo zdania egzaminu przez absolwenta jest następujące: dla tego, który zdał maturę na poziomie rozszerzonym równa się 0,9, na poziomie podstawowym 0,25, a dla tego, który nie zdawał matematyki na maturze równa się 0,1.
- Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany kandydat wśród 300 zdających, zdał pomyślnie egzamin.
 - Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany kandydat zdał maturę z matematyki na poziomie rozszerzonym, jeśli wiadomo, że zdał on egzamin wstępny.
49. (RR) W szpitalu na oddziale wewnętrznym przebywa rocznie średnio 2000 chorych. Wśród leczonych było 800 cierpiących na chorobę K_1 , 600 na chorobę K_2 , 400 na chorobę K_3 i 200 na chorobę K_4 . Prawdopodobieństwo pełnego wyleczenia z chorób wynosi 0,9, 0,8, 0,7 i 0,5. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- losowo wybrany pacjent jest całkowicie wyleczony,
 - wypisany pacjent jest całkowicie wyleczony. Jakie jest prawdopodobieństwo, że cierpiał na chorobę K_2 ?
50. (RR) Niech A, B będą zdarzeniami o prawdopodobieństwach $P(A)$ i $P(B)$. Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,85$ i $P(B) = 0,75$, to prawdopodobieństwo warunkowe spełnia nierówność $P(A|B) \geq 0,8$.
51. (RR) W urnie jest 6 kul, w tym 5 białych i jedna czarna. Adam i Jarek losują bez zwracania po jednej kuli. Przegrywa ten, kto pierwszy wyciągnie kulę czarną. Czy prawdopodobieństwo przegranej jest większe dla tego chłopca który rozpoczyna losowanie? Narysuj drzewo dotyczące tego modelu probabilistycznego i uzasadnij swoją odpowiedź.
52. (RR) Wśród 100 losowo wybranych uczniów przeprowadzono ankietę. Zadano pytanie „których języków spośród angielskiego, niemieckiego, rosyjskiego uczyłeś się co najmniej przez 2 lata? Procentowe wyniki ankiety przedstawiono na diagramie. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że osoba wybrana losowo spośród osób ankietowanych uczyła się języka angielskiego, N - uczyła się języka niemieckiego i R - języka rosyjskiego. Czy niezależne są zdarzenia:
- A i N ,
 - A i R .



53. (RR) Ze zbioru liczb $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy kolejno dwie liczby bez zwracania. Sprawdź niezależność zdarzeń:
- suma wylosowanych liczb jest większa od 8,
 - za pierwszym razem wylosujemy liczbę nieparzystą.
54. (RR) Dane są prawdopodobieństwa warunkowe P : $P(A|B) = \frac{2}{5}$, $P(A|B') = \frac{1}{2}$ oraz $P(B) = \frac{1}{3}$. Oblicz $P(A)$ i $P(A \cap B)$.
55. (RR) Pewna firma ma cztery różne numery telefonów. Prawdopodobieństwo tego, że pojedynczy numer będzie w danej chwili zajęty jest równe $\frac{2}{3}$. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
- co najmniej jeden numer będzie wolny,
 - dokładnie trzy numery będą wolne.
56. (RR) Karol gra w szachy z siostrą. Oboje są równorzędnymi partnerami. Czy bardziej prawdopodobne jest, że Karol wygra pięć z siedmiu rozegranych partii, czy sześć partii z ośmiu?
57. (RR) Prawdopodobieństwo trafienia do tarczy w pojedynczym strzale przez pewnego biathlonistę wynosi 0,8. Biathlonista oddaje serię 5 strzałów. Oblicz prawdopodobieństwo, że:
- tarcza zostanie trafiona dokładnie cztery razy,
 - tarcza zostanie trafiona co najmniej jeden raz.
58. (RR) Prawdopodobieństwo, że w danym dniu „świeci słońce” w miejscowości M wynosi $\frac{5}{6}$. Przyjeżdżamy na 14 dniowy urlop do M. Jakie jest prawdopodobieństwo, że „słońce będziemy mieli” dokładnie przez 10 dni.

59. (RR) Krótki łańcuch choinkowy składa się z dwudziestu żarówek. Dla każdej z żarówek prawdopodobieństwo, że będzie działać przez co najmniej 300 godzin jest równe $0,9$.
- a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w krótkim łańcuchu w ciągu 300 godzin przepali się co najwyżej jedna żarówka. W obliczeniach możesz przyjąć, że $(0,9)^{19} \approx 0,14$.
- b) W skrzyni jest 6 łańcuchów krótkich i 4 łańcuchy długie. Do dekoracji choinki użyto cztery losowo wybrane łańcuchy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że do dekoracji użyto dwóch łańcuchów krótkich i dwóch łańcuchów długich.